تحلیل پایداری و طراحی قانون هدایت پایدار در زمان محدود با در نظر گرفتن نویز اندازه گیری در حلقه هدایت

ولی اله غفاری

نویسنده مسئول، گروه مهندسی برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر
vghaffari@pgu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۸/۱۳ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۱۱/۱)

دانشگاه صنعتی سهند

نشریه سامانه های غیرخطی در مهندسی برق

دوره ۴- شماره های ۱ و ۲

تابستان و زمستان ۱۳۹۶

صفحه ۹۷ الی ۱۱۱

ISSN: 2322-3146
http://jnsee.sut.ac.ir

چکیده

در این مقاله با در نظر گرفتن نویز در حسگر اندازه گیری، یک قانون هدایت پایدار در زمان محدود، پیشنهاد شده است. نویز اندازه گیری در یک حلقه هدایت می تواند بر عملکرد و پایداری آن سیستم هدایت تاثیر بگذارد؛ بنابراین، نیاز است که قانون هدایت به طریق مناسبی اصلاح گردد تا بتواند در حضور نویز اندازه گیری، عمکرد قابل قبولی داشته باشد. با استفاده از نظریه سیستم های دینامیکی تصادفی، یک قانون هدایت وابسته به واریانس نویز اندازه گیری به گونه‌ای طراحی می‌گردد تا عملکرد سیستم هدایت در حضور نویز اندازه گیری بهبود یابد. با قانون هدایت پیشنهادی، در حضور نویز اندازه گیری، تغییرات زاویه خط دید در زمان محدود صفر می‌گردد. بدیهی است که پس از گذشت این زمان محدود، زاویه خط دید مقدار ثابتی شده و در نتیجه نیرویی نیز به جسم اعمال نمی‌گردد. قانون هدایت پیشنهادی در یک سیستم هدایت دو بعدی استفاده شده است. نتیجه شبیه سازی انجام شده، کارآمدی روش هدایت پیشنهادی را نسبت به یک روش هدایت موجود نشان می دهد.

واژه های کلیدی

زاویه خط دید،
قانون هدایت،
تحلیل پایداری،
حلقه هدایت.

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.6.7]

Sahand University of Technology

Journal of Nonlinear Systems in Electrical Engineering
Vol.4, No.1 and 2,
Summer and Winter 1396
ISSN: 2322 – 3146
http://jnsee.sut.ac.ir

Stability Analysis and Guidance Law Design with Finite-Time Stability Property in Presence of Measurement Noise

Valiollah Ghaffari

Corresponding author, Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Persian Gulf University, Bushehr, vghaffari@pgu.ac.ir

Keywords

Line of sight angle,
Guidance law,
Stability analysis,
Guidance loop.

ABSTRACT

In this paper, a finite-time stabilized guidance law is proposed in the presence of measurement noises. The measurement noise affects on the guidance system stability and/or performance. Hence, in the presence of measurement noise, the guidance law must be modified in a way that the noise effect on the guidance system response be reduced. By using the stochastic stability theory, a modified guidance law, dependent on the measurement nois variance, is proposed such that the line of sight angle rate is stabilized in a finite time. After a finite-time, no force is applied to the vehicle actuators. Then, the line of sight angle would be constant. The proposed method is used in a two-dimensional numerical example. The effectiveness of the suggested method is shown in the simulation results.

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.6.7]

۱- مقدمه

امروزه وجود الگوریتم های هدایت کارآمد در اجسام شش درجه آزادی از قبیل هواپیما، کشتی، خودروی بدون سرنشین و غیره امری لازم و ضروری می باشد[۱]. عمده روش های هدایت، الگوریتم های هدایت مبتنی بر زاویه خط دید جسم با هدف می باشند. بدین منظور قانون هدایت به گونه ای طراحی می گردد تا تغییرات زاویه خط دید را صفر نماید. در مساله هدایت معمولاً سرعت جسم از سرعت هدف بیشتر می باشد. بدیهی است که با استفاده از چنین قانون هدایتی، اگر جسم در راستای زاویه خط دید حرکت کند به هدف خواهد رسید[۲]. خطای رسیدن جسم به هدف مورد نظر، با فاصله از دست دهی[1] بیان می شود. فاصله از دست دهی می تواند به عنوان معیاری به منظور ارزیابی عملکرد یک سیستم هدایت، استفاده گردد[۳]. ساده ترین روش هدایت مبتنی بر زاویه خط دید، قانون هدایت تناسبی[2] PN می‌باشد. در هدایت تناسبی متناسب با حاصل ضرب تغییرات زاویه خط دید و سرعت نزدیک شوندگی، شتاب جانبی محاسبه و به عملگرهای جسم اعمال می‌گردد[۴]. در برخی اوقات ممکن است پاسخ سیستم هدایت با استفاده از تنها یک قانون هدایت تناسبی ممکن است قابل قبول نباشد؛ به همین دلیل برای بهبود عملکرد سیستم هدایت، روش‌های هدایت دیگری نیز پیشنهاد شده است. از مهم ترین آن‌ها می‌توان به طراحی قانون هدایت با روش های مد لغزشی [۵-۷]، غیرخطی مقاوم [۸-۱۰]، خطی‌سازی با فیدبک [۱۱]، بهینه [۱۲, ۱۳]، تطبیقی [۱۴]، پایدار در زمان محدود [۱۵-۱۷] و رویتگر تطبیقی [۱۸, ۱۹] اشاره نمود. در مطالعات ذکر شده، معمولاً برای تضمین پایداری حلقه هدایت، از تئوری های موجود در تحلیل پایداری سیستم های غیر خطی از قبیل خطی سازی و معیار پایداری لیاپانف بهره برده شده است. مشهورترین تئوری برای تحلیل پایداری، معیار پایداری لیاپانف می‌باشد که توسط میخائیل لیاپانف در سال ۱۸۹۲ مطرح گردید[۲۰]. تئوری پایداری لیاپانف شرایط کافی برای پایداری مجانبی یک سیستم پیوسته زمان توصیف شده با یک معادله دیفرانسیل معمولی را ارائه می کند.

تئوری‌های پایداری دیگری نیز وجود دارند که شبیه به معیار پایداری لیاپانف می‌باشند که از آن جمله می توان به معیار پایداری در زمان محدود اشاره نمود[۲۱]. در [۲۲]، بدون در نظر گرفتن نویز در حسگر اندازه گیری، یک قانون هدایت برای پایدار نمودن تغییرات زاویه خط دید در زمان محدود پیشنهاد شده است. با وجود نویز اندازه گیری، پایداری و یا عملکرد سیستم هدایت ممکن است تغییراتی داشته باشد. در حضور نویز اندازه گیری محدود، فاصله از دست دهی در یک سیستم هدایت بررسی شده است[۲۳, ۲۴]. با استفاده از رویتگر حالت مانند فیلتر کالمن، حالت های سیستم هدایت را می توان تخمین زد و عملکرد سیستم هدایت را بررسی نمود[۲۵-۲۸]. در مطالعات مذکور، ماهیت نویز در طراحی قانون هدایت لحاظ نمی گردد. و بدون در نظرگرفتن وجود نویز، قانون هدایت طراحی می گردد. چنین قانون هدایت مادامی که نویز اندازه گیری تاثیر گذار نباشد قابل استفاده است. اگر در یک حلقه هدایت نویز اندازه گیری تاثیر گذار (دارای واریانس قابل توجه) وجود داشته باشد، طبیعی است که بر عملکرد و پایداری آن سیستم هدایت تاثیر می‌گذارد. پس ویژگی‌های آماری مانند واریانس نویز اندازه گیری می تواند به طور مستقیم در قانون هدایت لحاظ شود. بنابراین ضروری است قانون هدایت به طریق مناسبی اصلاح شود تا بتواند در حضور نویز های حسگر اندازه گیری، سیستم هدایت عمکرد قابل قبولی داشته باشد.

در این مقاله فرض می گردد که نویز حسگرهای اندازه گیری دارای توزیع گاوسی می باشند. چنین فرضی برای نویز حسگرهای اندازه‌گیری منطقی می باشد. با استفاده از تئوری های موجود در پایداری سیستم های دینامیکی تصادفی، یک قانون هدایت وابسته به

[1] Miss Distance
[2] Proportional Navigation

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.6.7]

واریانس نویز اندازه گیری به گونه‌ای انتخاب می‌گردد تا سیستم هدایت در زمان محدود پایدار شده و عملکرد سیستم هدایت در حضور نویز اندازه گیری بهبود یابد. برای نشان دادن کارآمدی روش پیشنهادی نسبت به یک روش موجود، قانون هدایت پیشنهادی در یک سیستم هدایت دو بعدی شبیه سازی می گردد.

در ادامه ابتدا چند پیش نیاز ضروری از ریاضیات ذکر شده است. سپس در بخش سوم، مساله هدایت در دستگاه مختصات اینرسی دو بعدی فرموله شده و در بخش چهارم، یک قانون هدایت پایدار در زمان محدود پیشنهاد شده است. با در نظر گرفتن اثر نویز اندازه‌گیری، یک قانون هدایت در بخش پنجم پیشنهاد شده است. در بخش ششم، روش ارائه شده به صورت عددی در یک سیستم هدایت شبیه سازی شده است. در بخش آخر نتیجه گیری مقاله بیان شده است.

۲- پیش نیاز و یادآوری از ریاضیات

یک سیستم دینامیکی توصیف شده با معادله دیفرانسیل تصادفی زیر را در نظر بگیرید:

$$dx = f(x)dt + h(x)d\xi \tag{۱}$$

در سیستم دینامیکی (۱)، متغیر $x(t) \in R^n$ بردار حالت بوده و بردار $\xi(t) \in R^m$ نویز سفید (حرکت براونی استاندارد) می‌باشد. در این سیستم دینامیکی، عبارت های $f(.)$ و $h(.)$ توابع پیوسته‌ای می باشند. با داشتن شرایط اولیه، تعیین جواب تحلیلی برای یک معادله دیفرانسیل تصادفی ممکن است دشوار باشد اما می‌توان جواب تقریبی (عددی) معادله دیفرانسیل تصادفی (۱) را با روش های عددی مانند اویلر تعیین نمود[۲۹]. در شرایطی که نویز حضور نداشته باشد یا رابطه $h(x) = 0$ برقرار باشد آن وقت معادله دیفرانسیل تصادفی به معادله دیفرانسیل معمولی $\dot{x} = f(x)$ تبدیل می گردد.

تعریف[۳۰]: درسیستم دینامیکی تصادفی (۱)، اپراتور مشتق LV بر روی تابع $V(x)$ به صورت زیر تعریف می گردد:

$$LV = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{1}{2}\mathrm{Trace}\left(h^T(x)\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}h(x)\right) \tag{۲}$$

عملگر $\mathrm{Trace}(.)$ برروی یک ماتریس تعریف می شود که بیانگر مجموع عناصر قطر اصلی آن ماتریس می باشد.

قضیه ۱[۳۰]: اگر تابع مثبت موکد $V(x)$ وجود داشته باشد به گونه ای که تابع LV، منفی موکد یا نیمه موکد گردد، آن گاه سیستم دینامیکی تصادفی (۱) پایدار مجانبی خواهد بود.

قضیه ۲[۳۱]: اگر تابع مثبت موکد $V(x)$ ، اعداد حقیقی $\beta > 0$ و $0 < \alpha < 1$ وجود داشته باشند به گونه ای که نامساوی جبری زیر برقرار گردد:

$$LV \le -\beta\left(V(x)\right)^{\alpha} \tag{۳}$$

آن گاه نقطه تعادل سیستم دینامیکی تصادفی (۱)، در زمان محدود $\left(t_r < \frac{|V(x_0)|^{1-\alpha}}{\beta(1-\alpha)}\right)$ پایدار خواهد بود. جایی که، متغیر t_r بیانگر کران بالای زمان نشست[1] سیستم دینامیکی می باشد.

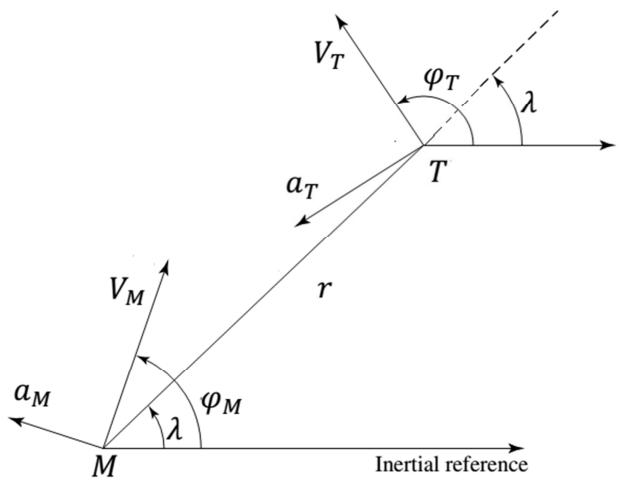
[1] Settling Time

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.6.7]

در ادامه مساله هدایت در یک دستگاه مختصات اینرسی دو بعدی مطرح و فرموله شده است. برای این منظور ابتدا دینامیک مناسبی برای سیستم هدایت انتخاب می گردد، سپس با استفاده از تئوری پایداری در زمان محدود، قانون هدایت در حضور و بدون حضور نویز اندازه‌گیری پیشنهاد می گردد.

۳- بیان مساله

مساله رهگیری دو بعدی، در دستگاه مختصات اینرسی دارای شماتیکی به صورت شکل ۱ می باشد. در این نمایش r فاصله نسبی جسم با هدف، متغیر های V_M و V_T به ترتیب بیانگر سرعت جسم و سرعت هدف می باشد. برای سادگی تحلیل و طراحی قانون هدایت فرض می شود که سرعت جسم و سرعت هدف مقادیر ثابتی می باشند. همچنین متغیر های φ_M و φ_T به ترتیب بیانگر زاویه جسم و زاویه هدف در دستگاه مختصات اینرسی می باشند. در شکل ۱، متغیرهای a_M و a_T به ترتیب نشانگر شتاب جسم و شتاب هدف است و زاویه خط دید جسم با هدف در دستگاه مختصات اینرسی با λ مشخص شده است.



شکل۱: شماتیک مساله رهگیری در دستگاه مختصات اینرسی

برخی از مسایل هدایت مانند هدایت شناورهای سطحی اساساً مساله هدایت دو بعدی است. علاوه بر این مساله هدایت دو بعدی به راحتی می تواند برای هدایت سه بعدی نیز توسعه داده شود. چون مساله هدایت در بازه زمانی کوتاهی بررسی می گردد در نظر گرفتن سرعت ثابت، برای هدف و جسم ، فرض منطقی می باشد.

معادله حاکم بر حرکت جسم و هدف به صورت (۴) نوشته می شود[۲]:

$$\begin{cases} \dot{r} = V_T \cos(\lambda - \varphi_T) - V_M \cos(\lambda - \varphi_M) \\ r\dot{\lambda} = -V_T \sin(\lambda - \varphi_T) + V_M \sin(\lambda - \varphi_M) \end{cases} \tag{۴}$$

با مشتق گیری از معادله حرکت (۴) نسبت به زمان، خواهیم داشت[۲]:

$$\begin{cases} \ddot{r} = r\dot{\lambda}^2 + V_T\dot{\varphi}_T \sin(\lambda - \varphi_T) - V_M\dot{\varphi}_M \sin(\lambda - \varphi_M) \\ r\ddot{\lambda} = -2\dot{r}\dot{\lambda} + \dot{\varphi}_T V_T \cos(\lambda - \varphi_T) - \dot{\varphi}_M V_M \cos(\lambda - \varphi_M) \end{cases} \tag{۵}$$

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.6.7]

با تعریف متغیر های زیر

$$w \stackrel{\text{def}}{=} \dot{\varphi}_T V_T \cos(\lambda - \varphi_T)$$
$$u \stackrel{\text{def}}{=} \dot{\varphi}_M V_M \cos(\lambda - \varphi_M)$$
$$w_r \stackrel{\text{def}}{=} \dot{\varphi}_T V_T \sin(\lambda - \varphi_T)$$
$$u_r \stackrel{\text{def}}{=} \dot{\varphi}_M V_M \sin(\lambda - \varphi_M)$$

زاویه جسم φ_M و زاویه هدف φ_T بر حسب شتاب جانبی جسم و هدف u و w به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_M = \frac{u}{V_M \cos(\lambda - \varphi_M)} \\ \dot{\varphi}_T = \frac{w}{V_T \cos(\lambda - \varphi_T)} \end{cases} \tag{۶}$$

رابطه (۵) می تواند به صورت ۷ بازنویسی گردد:

$$\begin{cases} \ddot{r} = r\dot{\lambda}^2 + w_r - u_r \\ r\ddot{\lambda} = -2\dot{r}\dot{\lambda} + w - u \end{cases} \tag{۷}$$

در یک حلقه هدایت، فرمان هدایت $u(t)$ بایستی به گونه ای انتخاب گردد تا زاویه خط دید $\lambda(t)$ تغییراتی نداشته و مقدار ثابتی گردد ($\lim_{t\to+\infty} \dot{\lambda}(t) = 0$). پس با تعریف متغیر های جدید $v_c = -\dot{r}$ و $x = \dot{\lambda}$، به رابطه (۸) می رسیم:

$$\begin{cases} v_c = V_M \cos(\lambda - \varphi_M) - V_T \cos(\lambda - \varphi_T) \\ x = \frac{1}{r}(V_M \sin(\lambda - \varphi_M) - V_T \sin(\lambda - \varphi_T)) \end{cases} \tag{۸}$$

رابطه (۸) ارتباط جبری سرعت نزدیک شوندگی و تغییرات زاویه خط دید با سایر پارامترها را برقرار می کند. بنابراین دینامیک تغییرات زاویه خط دید می تواند به صورت ۹ بیان گردد:

$$\dot{x} = \frac{1}{r}(2v_c x + w - u) \tag{۹}$$

در این رابطه v_c سرعت نزدیک شوندگی جسم به هدف می باشد. لازم به ذکر می باشد که برای طراحی قانون هدایت از مدل دینامیکی (۹) و برای شبیه سازی سیستم هدایت از معادله دیفرانسیل های (۴) و (۶) استفاده می شود. با استفاده از معیار پایداری لیاپانف می‌توان قانون هدایت مناسبی برای این سیستم هدایت طراحی کرد تا به صورت مجانبی، تغییرات زاویه خط دید صفر شود. چنین قانون هدایتی می تواند پایداری حلقه هدایت را تضمین نماید. در بخش بعد به دنبال آن هستیم که برای سیستم هدایت (۹)، در شرایط ایده‌آل که نویز اندازه گیری حضور ندارد قانون هدایت مناسبی انتخاب گردد تا در زمان محدود دلخواه، تغییرات زاویه خط دید صفر شود. بنابراین انتظار داریم که پس از گذشت آن زمان محدود، زاویه خط دید مقدار ثابتی باشد.

٤- قانون هدایت پایدار در زمان محدود بدون وجود نویز

گاهی اوقات رفتار سیستم دینامیکی با یک معادله دیفرانسیل معمولی توصیف می‌گردد. نشان داده شده است که اگر آن معادله دیفرانسیل در یک نامساوی جبری صدق کند آن گاه در زمان محدود، پاسخ آن معادله دیفرانسیل صفر می‌گردد[۲۱]. بنابراین با استفاده از معیار پایداری در زمان محدود، می توان قانون هدایت مناسب به گونه ای انتخاب نمود تا تغییرات زاویه خط دید در زمان محدود صفر شود. با بهره گیری از تئوری های مذکور، انتخاب های متنوعی برای انتخاب قانون هدایت زمان محدود وجود دارد. در شرایطی که

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.6.7]

حسگرهای اندازه گیری آلوده به نویز نباشند یک قانون هدایت مبتنی بر زاویه خط دید برای سیستم هدایت (۷) پیشنهاد شده است. در ادامه به این موضوع پرداخته شده است.

قضیه ۳[۲۲]: در سیستم هدایت (۹)، اگر قانون هدایت ۱۰ انتخاب گردد:

$$u = Nv_c x + w + \beta|x|^{\rho}\mathrm{sgn}(x) \tag{۱۰}$$

که در آن $N \geq 2$ ، $\beta > 0$ و $|\rho| < 1$ می باشد. آن گاه نرخ زاویه خط دید، در زمان محدود ($t_r < \frac{|x(0)|^{1-\rho}r(0)}{\beta(1-\rho)}$) به مقدار صفر همگرا می گردد.

در قانون هدایت (۱۰)، با داشتن مقادیر شتاب هدف، سرعت نزدیک شوندگی و تغییرات زاویه خط دید فرمان هدایت مناسب به گونه‌ای تولید می‌گردد تا در زمان محدود $t_r < \frac{|x(0)|^{1-\rho}r(0)}{\beta(1-\rho)}$، تغییرات زاویه خط دید صفر گردد. به عنوان مثال، اگر شرایط اولیه $x(0) = 1\mathrm{rad/sec}$، $r(0) = 10000\mathrm{m}$ ، $\rho = 0.5$ و $\beta = 500$ باشد آن وقت کران بالای زمان همگرایی $t_r < 40\ \mathrm{sec}$ خواهد بود. لازم به ذکر است که در این قانون هدایت با انتخاب مناسب پارامتر های β و ρ ، مقدار زمان محدود تعیین می‌گردد. بدیهی است که کاهش پارامتر β، باعث کوچک شدن فرمان هدایت و زمان نشست سیستم دینامیکی می‌گردد. بنابراین، بایستی در انتخاب پارامترهای β و ρ مصالحه‌ای انجام شود.

در شبیه سازی دیده می شود که اگر واریانس نویز حسگرهای اندازه گیری قابل توجه باشد آن گاه قانون هدایت (۱۰)کارآیی قبلی خود را از دست می دهد و حتی ممکن است حلقه هدایت ناپایدار گردد. بنابراین نیاز است تاثیر نویز بر پایداری حلقه هدایت بررسی گردد. به همین منظور در ادامه قانون هدایت (۱۰) در شرایط وجود نویز اصلاح می‌گردد تا همچنان در زمان محدود پایدار شود و عملکرد قابل قبولی در حضور نویز اندازه گیری داشته باشد.

۵- قانون هدایت پایدار در زمان محدود با وجود نویز

برای تعیین قانون هدایت پایدار در زمان محدود در حضور نویز اندازه گیری، ابتدا بایستی اثر نویز اندازه گیری در مدل دینامیکی سیستم هدایت لحاظ گردد. در بخش قبل دیده شد که شتاب هدف w ، سرعت نزدیک شوندگی v_c و تغییرات زاویه خط دید x مهم‌ترین ورودی های قانون هدایت (۳) بود. در این مقاله برای سادگی فرض می شود که تغییرات زاویه خط دید x بدون نویز می باشد. پس شتاب هدف، w و سرعت نزدیک شوندگی، v_c دارای نویز بوده و به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$w = \hat{w} + \sigma_w d\xi_w$$
$$v_c = \hat{v_c} + \sigma_v d\xi_v$$

که در آن، $\hat{w}$ و $\hat{v_c}$ بیانگر مقدار دقیق می باشند. همچنین ξ_w و ξ_v نویز گاوسی با میانگین صفر و واریانس یک هستند. بدیهی است که متغیر های σ_w و σ_v نشان دهنده واریانس های نویز در حسگرهای اندازه گیری می باشند. پس با تعریف بردار جدید $\xi = [\xi_v \quad \xi_w]^T$، مدل تصادفی سیستم هدایت به صورت زیر می تواند نوشته شود:

$$dx = \frac{1}{r}(2x\hat{v_c} + \hat{w} - u)dt + \frac{1}{r}[2x\sigma_v \quad \sigma_w]d\xi \tag{۱۱}$$

دیده شد که نویز اندازه گیری بر مدل دینامیکی سیستم هدایت اثر می‌گذارد. در ادامه برای سیستم هدایت با در نظر گرفتن نویز اندازه گیری، یک قانون هدایت پیشنهاد شده است.

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.6.7]

قضیه ٤: اگر در سیستم هدایت (۱۱)، قانون هدایت به صورت (۱۲) انتخاب شود

$$u = Nv_c x + w + \beta|x|^{\rho}\mathrm{sgn}(x) + u_{c_1} + u_{c_2} \tag{۱۲}$$

که در آن $N \geq 2$ ، $\beta > 0$ و $|\rho| < 1$ می باشند و عبارت های u_{c_1} و u_{c_2} به صورت (۱۳) و (۱۴) انتخاب گردند:

$$u_{c_1} = \frac{2}{r} x\sigma_v^2 \tag{۱۳}$$

$$u_{c_2} = \begin{cases} K_c x & |x| > \frac{\sigma_w}{\sqrt{2rK_c}} \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases} \tag{۱۴}$$

جایی که $K_c > 0$ بهره عبارت اصلاحی u_{c_2} می باشد؛ آنگاه، نرخ زاویه خط دید در زمان محدود به صفر همگرا شده و کران بالای زمان همگرایی $t_r < \frac{|x(0)|^{1-\rho} r(0)}{\beta(1-\rho)}$ می باشود.

اثبات: با انتخاب تابع لیاپانف $V(x) = x^2$، خواهیم داشت:

$$LV = \frac{2}{r} x(2x\widehat{v_c} + \widehat{w} - u) + \frac{1}{r^2}(4x^2\sigma_v^2 + \sigma_w^2) \tag{۱۵}$$

با توجه به تعریف مشتق از یک متغیر تصادفی، یک راه حل برای طراحی قانون هدایت آن است که قانون هدایت (۱۰)، به صورت (۱۶) اصلاح شود:

$$u = Nv_c x + w + \beta|x|^{\rho}\mathrm{sgn}(x) + u_c \tag{۱۶}$$

سیستم حلقه بسته به صورت (۱۷) می تواند نوشته شود:

$$dx = -\frac{1}{r}(\beta|x|^{\rho}\mathrm{sgn}(x) + (N-2)v_c x + u_c)dt + \frac{1}{r}[2x\sigma_v \quad \sigma_w]d\xi \tag{۱۷}$$

بنابراین مشتق تابع لیاپانف LV به صورت (۱۸) تعیین می گردد:

$$LV = -\frac{2}{r}(N-2)x^2 v_c - \frac{2}{r}\beta x|x|^{\rho}\mathrm{sgn}(x) - \frac{2}{r}xu_c + \frac{1}{r^2}(4x^2\sigma_v^2 + \sigma_w^2) \tag{۱۸}$$

از آن جایی که طبق فرض، $N \geq 2$ بوده و همچنین مقادیر سرعت نزدیک شوندگی، v_c و فاصله جسم تا هدف، r، اعدد مثبتی می‌باشند، پس رابطه (۱۸) دارای کران بالایی به صورت (۱۹) می باشد:

$$LV \leq -\frac{2}{r}\beta x|x|^{\rho}\mathrm{sgn}(x) + \frac{1}{r^2}(4x^2\sigma_v^2 - 2rxu_c + \sigma_w^2) \tag{۱۹}$$

اگر عبارت اصلاح کننده u_c به صورت $u_c = u_{c_1} + u_{c_2}$ انتخاب گردد آن وقت رابطه (۱۹) به صورت (۲۰) نوشته می شود:

$$LV \leq -\frac{2}{r}\beta x|x|^{\rho}\mathrm{sgn}(x) + \frac{1}{r^2}\left(4x^2\sigma_v^2 - 2rxu_{c_1} - 2rxu_{c_2} + \sigma_w^2\right) \tag{۲۰}$$

با انتخاب $u_{c_1} = \frac{2}{r}x\sigma_v^2$ خواهیم داشت:

$$LV \leq -\frac{2}{r}\beta x|x|^{\rho}\mathrm{sgn}(x) - \frac{1}{r^2}\left(2rxu_{c_2} - \sigma_w^2\right) \tag{۲۱}$$

حال اگر u_{c_2} نیز به صورت زیر انتخاب شود:

$$u_{c_2} = \begin{cases} K_c x & |x| > \frac{\sigma_w}{\sqrt{2rK_c}} \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.6.7]

آن وقت به نامساوی (۲۲) می رسیم:

$$LV \le -\frac{2}{r}\beta x|x|^{\rho}\mathrm{sgn}(x) \qquad \forall\ |x| > \frac{\sigma_w}{\sqrt{2rK_c}} \tag{۲۲}$$

بنابراین با استفاده از قضیه ۲، پایدار بودن سیستم هدایت در زمان محدود نتیجه گیری می شود. با استفاده از قضیه ۲ می‌توان نشان داد که در زمان محدود $t_r < \frac{|x(0)|^{1-\rho}r(0)}{\beta(1-\rho)}$ همگرایی به مقدار صفر نیز رخ می دهد دیده می شود که . در قانون هدایت پیشنهادی عبارت‌های اصلاح کننده u_{c_1} و u_{c_2} وابسته به واریانس نویز اندازه گیری می باشند. مطابق روابط فوق، عبارت u_{c_1}، نویز در سرعت نزدیک شوندگی و همچنین عبارت u_{c_2} نویز در شتاب هدف را در نظر می گیرد. بنابراین متناسب با هر کدام از واریانس‌های نویز در حسگرهای اندازه‌گیری، فرمان هدایت مناسب تولید می گردد.

در قانون هدایت پیشنهادی، فاصله جسم تا هدف مورد نظر r نیز بایستی در اختیار سیستم هدایت قرار گیرد. این اطلاعات معمولاً توسط یک فاصله سنج راداری در اختیار سیستم هدایت جسم قرار می‌گیرد. روشن است که در نزدیکی هدف، دانستن فاصله r ضروری بوده اما در فاصله های دورتر از هدف ($r \gg 1$) می توان عبارت های اصلاحی را نادیده گرفت. در بخش بعد، به منظور نشان دادن کارآیی قانون هدایت (قضیه ۴)، روش پیشنهادی در یک مساله هدایت دو بعدی شبیه سازی شده است.

٦- شبیه سازی

در دستگاه مختصات اینرسی، معادله حاکم بر حرکت جسم و هدف با رابطه های (۴) و (۶) بیان گردید. برای شبیه سازی عددی مساله هدایت، شرایطی را در نظر بگیرید که زاویه اولیه جسم در دستگاه مختصات اینرسی، $\varphi_M(0) = 0$ و اندازه سرعت جسم مقدار ثابت $V_M = 300\mathrm{m/sec}$ می‌باشد. هدف با سرعت ثابت $V_T = 100\mathrm{m/sec}$ با زاویه متغیر $\varphi_T(t) = 0.2\sin(\frac{2\pi}{100}t)$ در دستگاه مختصات اینرسی در حرکت می باشد. در شبیه سازی عددی، فاصله اولیه جسم تا هدف $r(0) = 20000\ \mathrm{m}$ و مقدار اولیه زاویه خط دید $\lambda(0) = 0.5\ \mathrm{rad}$ انتخاب شده است. فرض می شود که شتاب و سرعت نزدیک شوندگی دارای نویز اندازه گیری می باشند. توزیع نویز، گاوسی با میانگین صفر در نظر گرفته شده است. واریانس نویز اندازه گیری شتاب هدف $\sigma_w = 0.001\mathrm{m/sec}^2$ و واریانس سرعت نزدیک شوندگی جسم به هدف، $\sigma_v = 1\mathrm{m/sec}$ انتخاب شده است. پارامترهای قانون هدایت پیشنهادی به صورت زیر انتخاب شده است:

$$N = 2,\ \beta = 50\ ,\rho = 0.5\ \ ,\ K_c = 1000$$

برای حل معادله دیفرانسیل غیر خطی، زمان انتگرال گیری یک میلی ثانیه و اعداد تصادفی با میانگین صفر و واریانس های ذکر شده با دوره تناوب ۱۰ میلی ثانیه تولید می‌گردد. زمان پرواز جسم (زمان شبیه سازی سیستم هدایت) در این مساله ۹۶ ثانیه انتخاب شده است. شتاب جانبی اعمال شده $u(t)$ به جسم در شکل ۲ آورده شده است. روشن است که با استفاده از معادله (۴)، مقدار اولیه $x(0)$ از رابطه زیر بدست می آید:

$$x(0) = \frac{1}{r(0)}\left(V_M\sin\left(\lambda(0) - \varphi_M(0)\right) - V_T\sin\left(\lambda(0) - \varphi_T(0)\right)\right)$$

بنابراین شرط اولیه $x(0)$ به صورت زیر تعیین می گردد:

$$x(0) = \frac{1}{100}\sin(0.5) = 0.0048\ \mathrm{rad/sec}$$

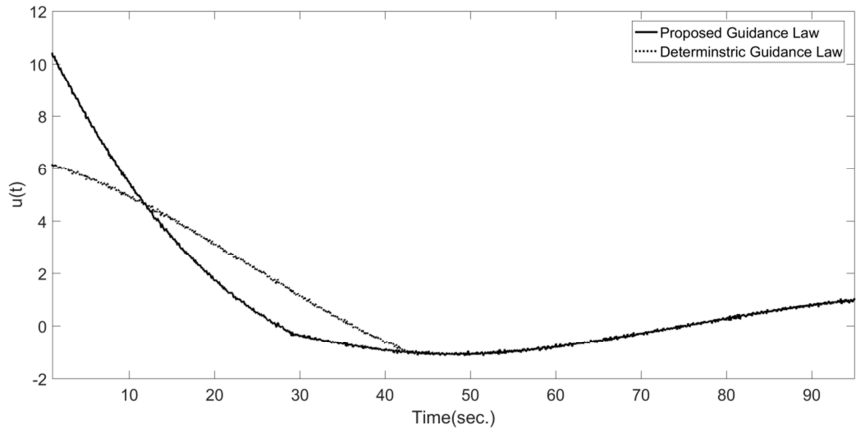
[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.6.7]

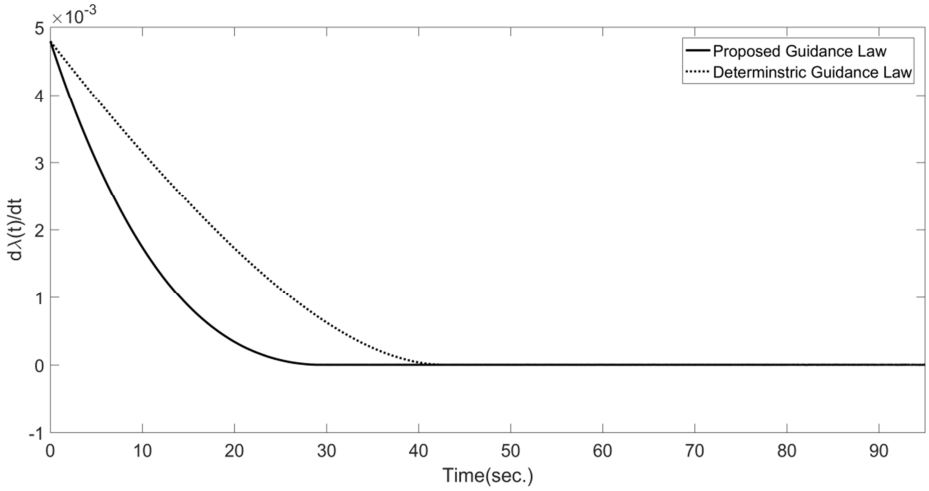
با استفاده از قانون هدایت پیشنهادی، کران بالای زمان همگرایی t_r به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$t_r < \frac{|x(0)|^{1-\rho} r(0)}{\beta(1-\rho)} = \frac{20000\sqrt{0.0048}}{25} = 55.43 \text{ sec}$$

در شکل ۳ ، تغییرات زاویه خط دید $\dot{\lambda}(t)$ نشان داده شده است. دیده می شود در زمان کمتر از ۳۰ ثانیه همگرایی به صفر اتفاق افتاده است. بعد از زمان ۳۰ ثانیه، زاویه خط دید ثابت می باشد. زاویه جسم $\varphi_M(t)$ و زاویه خط دید $\lambda(t)$ در دستگاه مختصات اینرسی در شکل‌های ۴ و۵ نشان داده شده است. در شکل ۴ اختلاف به وجود آمده در پاسخ ماندگار زاویه جسم $\varphi_M(t)$ به دلیل وجود نویز می باشد. در شکل ۶ تغییرات سرعت نزدیک شوندگی جسم با هدف مورد نظر $v_c(t)$ ترسیم شده است.

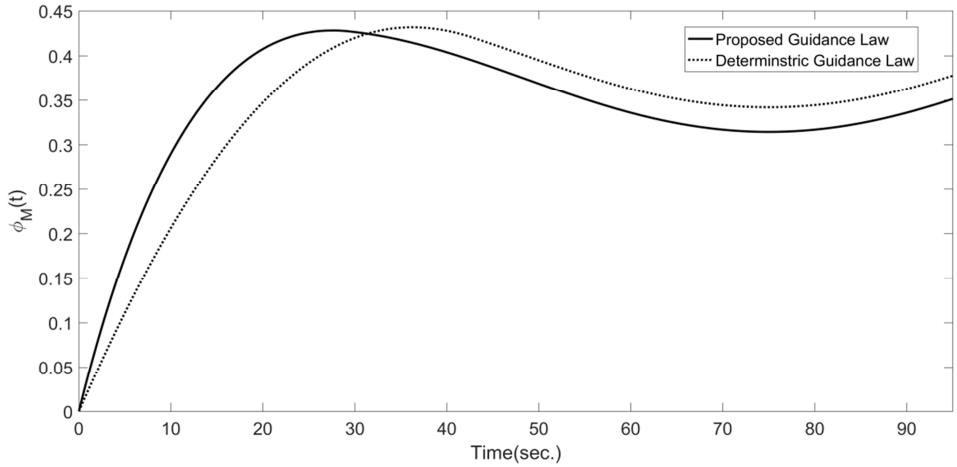


شکل۲: شتاب اعمال شده به جسم

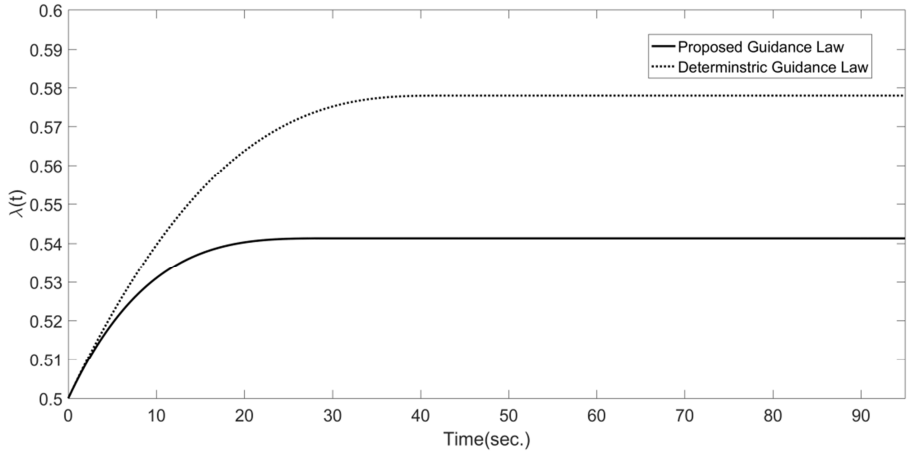


شکل۳: تغییرات زاویه خط دید جسم

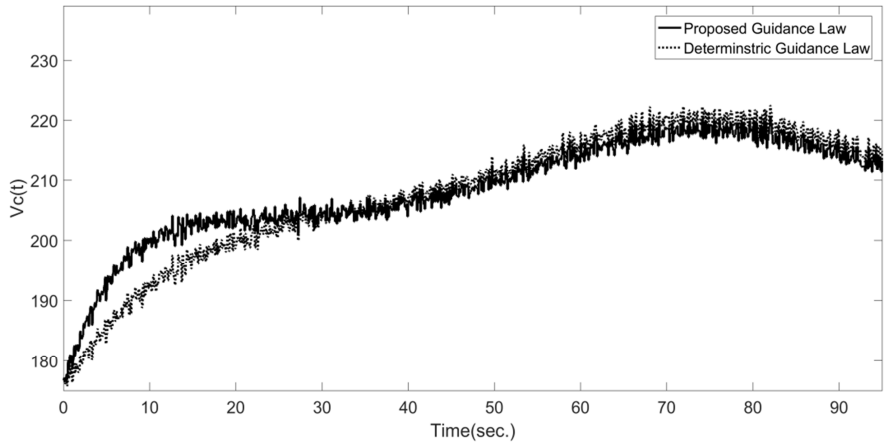
[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.6.7]



شکل۴: زاویه جسم در دستگاه مختصات اینرسی

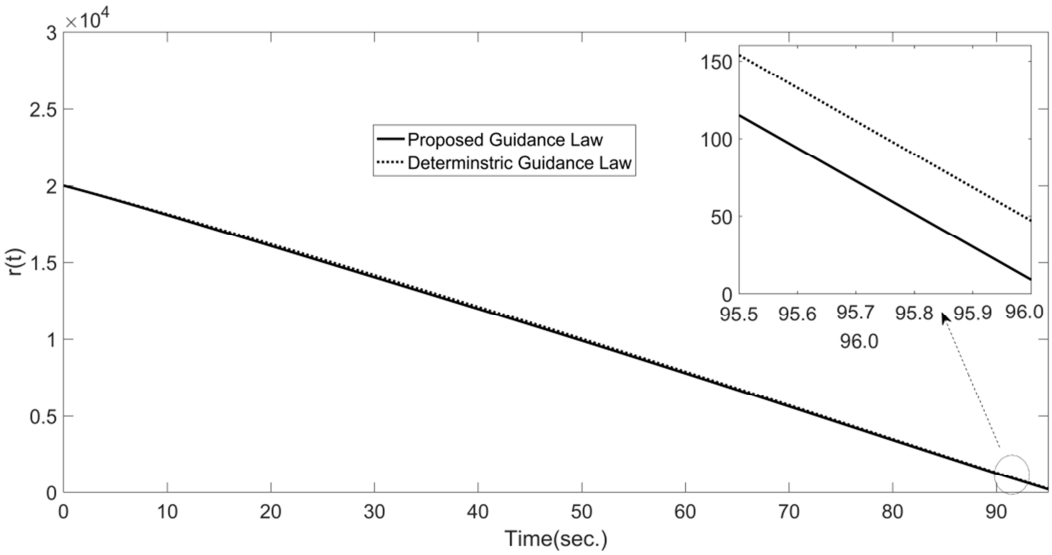


شکل۵: زاویه خط دید جسم



شکل۶: سرعت نزدیک شوندگی جسم به هدف

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.6.7]



شکل۷: فاصله جسم از هدف

به خاطر وجود نویز اندازه گیری سرعت نزدیک شوندگی دارای پاسخ گذرای کندتری می باشد. با استفاده از قانون هدایت پیشنهادی پاسخ گذرا بهبود می یابد. با استفاده از قانون هدایت پیشنهادی انتظار داریم جسم به سمت هدف مورد نظر حرکت کند. در شکل ۷ ، فاصله جسم با هدف $r(t)$ نشان داده شده است. دیده می شود قانون هدایت (۱۰)، اثر نویز اندازه گیری را در نظر نمی گیرد. در نتیجه باعث به وجود آمدن خطای قابل توجه ای در عملکرد سیستم هدایت می گردد. با وجود نویز اندازه گیری با واریانس‌های $\sigma_w = 0.001\mathrm{m/sec}^2$ و $\sigma_v = 1\mathrm{m/sec}$، سیستم هدایت شبیه سازی شده است.

از شکل ۷ دیده می شود که فاصله از دست دهی $r(96)$ با روش پیشنهادی، ۷/۲۵ متر و با قانون هدایت (۱۰)، ۴۶/۵۶ متر بدست می‌آید. در این مساله فاصله از دست دهی، فاصله نسبی جسم از هدف در زمان نهایی $r(96)$ می باشد. مقادیر فاصله از دست دهی بر حسب واریانس نویز اندازه گیری شبیه سازی شده و نتایج آن در جدول های ۱ و۲ آورده شده است.

جدول ۱: فاصله از دست دهی (متر) بر حسب واریانس نویز سرعت نزدیک شوندگی (متر بر ثانیه)

σ_v	۰/۱	۱	۲	۵	۱۰
قانون هدایت [۲۲]	۲۰/۱۲	۲۵/۷۲	۲۹/۳۶	۳۶/۲۵	۴۰/۱۲
قانون هدایت پیشنهادی	۲/۱۲	۴/۳۶	۷/۲۱	۱۵/۳۶	۳۶/۸۵

جدول ۲: فاصله از دست دهی (متر) بر حسب واریانس نویز شتاب (متر بر مجذور ثانیه)

σ_w	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۵	۰/۰۱	۰/۰۲	۰/۰۵
قانون هدایت [۲۲]	۸/۱۴	۳۹/۲۳	۵۶/۲۱	۹۸/۳۵	۱۵۹/۳۲	۳۲۵/۱۵
قانون هدایت پیشنهادی	۱/۱۵	۵/۲۶	۱۲/۷۵	۲۱/۵۲	۳۸/۱۰	۵۲/۰۲

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.6.7]

از جدول های ۱ و۲ دیده می شود که با افزایش واریانس نویز اندازه گیری فاصله از دست دهی نیز افزایش می‌یابد. قانون هدایت پیشنهادی در مقایسه با قانون هدایت [۲۲] دارای فاصله از دست دهی کمتری می باشد. بنابراین قانون هدایت پیشنهادی وابسته به واریانس نویز اندازه گیری بوده و با افزایش واریانس نویز اثر آن در عملکرد سیستم هدایت به طریق مناسب از بین می رود.

۷- نتیجه گیری

در یک حلقه هدایت، نویز اندازه گیری می تواند بر عملکرد و پایداری آن سیستم هدایت تاثیرگذار باشد. بنابراین نیاز است قانون هدایت به طریق مناسبی اصلاح گردد تا بتواند در حضور نویز اندازه گیری عمکرد قابل قبولی داشته باشد. در این مقاله، یک قانون هدایت وابسته به واریانس های نویز اندازه گیری به گونه ای انتخاب شد تا سیستم هدایت در زمان محدود پایدار شود و عملکرد سیستم هدایت در حضور نویز اندازه گیری بهبود یابد. برای مقایسه روش پیشنهادی با روش های دیگر، قانون هدایت پیشنهادی در یک سیستم هدایت دو بعدی استفاده شد. نتیجه شبیه سازی انجام شده، کارآمدی روش هدایت پیشنهادی را نسبت به روش موجود نشان می دهد.

۸- مراجع

[۱] P. Zarchan, Tactical and strategic missile guidance, 3 ed. Virginia American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1997.

[۲] G. M. Siouris, Missile guidance and control systems. New York: Springer Science & Business Media, 2004.

[۳] E. Moldavskaya and J. Shinar, "Distribution of the zero-effort miss distance estimation error in interception problems," Applied Mathematics and Computation, vol. 269, pp. 217-231, 2015.

[٤] S. A. Murtaugh and H. E. Criel, "Fundamentals of proportional navigation," IEEE spectrum, vol. 3, pp. 75-85, 1966.

[٥] J. Moon, K. Kim, and Y. Kim, "Design of missile guidance law via variable structure control," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 24, pp. 659-664, 2001.

[٦] V. Behnam Gol, I. Mohammad Zaman, A. Vali ,and N. A. Ghahramani, "Guidance Law Design using Finite Time Second Order Sliding Mode Control," Journal of Control, vol. 5, pp. 36-44, 2011.

[۷] S. He, J. Wang, and D. Lin, "Composite guidance laws using higher order sliding mode differentiator and disturbance observer," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, vol. 229, pp. 2397-2415, 2015.

[۸] C.-D. Yang and H.-Y. Chen, "Nonlinear H∞ Robust Guidance Law for Homing Missiles," Journal of Guidance Control and Dynamics, vol. 21, pp. 882-890, 1998.

[۹] V. Behnamgol and A. vali, "Nonlinear and Robust Guidance Law Design Considering Approximation of Control Loop Dynamics," Journal of Nonlinear Systems in Electrical Engineering, vol. 3, pp. 122-137, 2015.

[۱۰] L. Fei and J. Haibo, "Guidance Laws Based on H∞ Observer Considering Measurement Noises," Journal of Systems Science and Complexity, vol. 29, pp. 642-656, 2016.

[۱۱] I.-J. Ha and S. Chong, "Design of a CLOS guidance law via feedback linearization ",IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 28, pp. 51-63, 1992.

[۱۲] C. N. DSouza, "An optimal guidance law for planetary landing," presented at the Guidance, Navigation, and Control Conference, New Orleans, LA, 1997.

[۱۳] M. Guelman and J. Shinar, "Optimal guidance law in the plane," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 7, pp. 471-476, 1984.

[۱٤] D. Chwa and J. Y. Choi, "Adaptive nonlinear guidance law considering control loop dynamics," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 39, pp. 1134-1143, 2003.

[۱٥] S. Sun, D. Zhou, and W.-t. Hou, "A guidance law with finite time convergence accounting for autopilot lag," Aerospace Science and Technology, vol. 25, pp. 132-137, 2013.

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.6.7]

[۱٦] T. Binazadeh, M. H. Shafiei ,and E. Bazregarzadeh, "New Approach in Guidance Law Design Based on Finite-Time Partial Stability Theorem," Journal of Space Science and Technology, vol. 8, pp. 1-7, 2015.

[۱۷] I. Mohammadzaman and H. Momeni, "PI Guidance Law Design with Finite Time Convergence," Aerospace Mechanics Journal, vol. 7, pp. 69-80, 2012.

[۱۸] Z. Zhu, D. Xu, J. Liu, and Y. Xia, "Missile guidance law based on extended state observer," IEEE Transactions on industrial Electronics, vol. 60, pp. 5882-5891, 2013.

[۱۹] C.-M. Lin and C.-F. Hsu, "Guidance law design by adaptive fuzzy sliding-mode control," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 25, pp. 248-256, 2002.

[۲۰] H. K. Khalil, Noninear Systems. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.

[۲۱] S. P. Bhat and D. S. Bernstein, "Finite-time stability of continuous autonomous systems," SIAM Journal on Control and Optimization, vol. 38, pp. 751-766, 2000.

[۲۲] D. Zhou, S. Sun, and K. L. Teo, "Guidance laws with finite time convergence," Journal of guidance, control, and dynamics, vol.32, pp. 1838-1846, 2009.

[۲۳] S. Gutman, O. Goldan, and S. Rubinsky, "Guaranteed miss distance in guidance systems with bounded controls and bounded noise," Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 35, pp. 816-823, 2012.

[۲٤] G.-l. CHEN, Y.-y. LIU, J.-g. GUO, and J. ZHOU, "Design of Robust Guidance Law with Terminal Angle Constraint Considering Signal to Noise Ratio," Computer Simulation, vol. 3, pp. 34-39, 2012.

[۲٥] A. M. Osborn, "A study into the effects of Kalman filtered noise in advanced guidance laws of missile navigation," MScTheses, Naval Postgraduate School, Monterey, California, 2014.

[۲٦] S. Pan, H. Su, J. Chu, and H. Wang, "Applying a novel extended Kalman filter to missile–target interception with APN guidance law: A benchmark case study," Control Engineering Practice, vol. 18, pp. 159-167, 2010.

[۲۷] S. Moosapour, S. Moosapour, and M. Asadollahi, "State estimation in TPN and PPN guidance laws by using Unscented and Extended Kalman filters," presented at the Iranian Conference on Electrical Engineering, Mashhad, 2013.

[۲۸] W. Kun, L. Hongtao, L. Qingshan, and L. Hongchang, "A Terminal Guidance Law Based on Kalman Filtering," Ship Electronic Engineering, vol. 6, pp. 54-57, 2010.

[۲۹] T. Sauer, "Computational solution of stochastic differential equations," Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics, vol. 5, pp. 362-371, 2013.

[۳۰] H. Deng, M. Krstic, and R. J. Williams, "Stabilization of stochastic nonlinear systems driven by noise of unknown covariance," IEEE Transactions on automatic control, vol. 46, pp. 1237-1253, 2001.

[۳۱] W. Chen and L. Jiao, "Finite-time stability theorem of stochastic nonlinear systems," Automatica, vol. 46, pp. 2105-2108, 2010.

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.6.7]