# کنترل پیش‌بین مقاوم یک کلاس از سیستم‌های غیرخطی گسسته

**سعید رحمتی[1] و حسین الیاسی[2]**

[1]دانشجوی دکتری مهندسی برق-کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

saeed_rahmati@birjand.ac.ir

[2]**نویسنده مسئول**، استادیار مهندسی برق-کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

h_eliasi@birjand.ac.ir

دانشگاه صنعتی سهند

نشریه سامانه‌های غیرخطی در مهندسی برق

**دوره ۶ - شماره ۱**

**بهار و تابستان ۱۳۹۸**

**صفحات ۱۰۴ الی ۱۱۸**

ISSN: 2322-3146

http: //jnsee.sut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۰۸/۲۸ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۵/۰۸)

## چکیده

در این مقاله یک استراتژی کنترل پیش‌بین برای مسئله پایدارسازی مقاوم یک کلاس از سیستم‌های غیرخطی گسسته معرفی شده است. در این کلاس، هر سیستم از دو بخش تشکیل شده است: ۱- بخش خطی نامتغیر با زمان، ۲- انحراف اضافه‌شونده به شکل تابعی غیرخطی و نامعین از حالت‌های سیستم و متغیر با زمان. تنها اطلاعاتی که از تابع انحراف در دسترس می‌باشد، این است که محدود به یک کران درجه دوم است و بنابراین یک مجموعه محدب از عدم قطعیت‌ها را تشکیل می‌دهد. بر مبنای تئوری پایداری در MPC خطی دوگانه، شرایط کافی برای تعیین مؤلفه‌های اصلی در مسئله بهینه‌سازی MPC، یعنی تابع هزینه نهایی و مجموعه قیدی نهایی، استخراج شده‌اند تا با ایجاد یک سیگنال کنترل بهینه، پایداری مقاوم این کلاس از سیستم‌های غیرخطی را در حضور قیدهای حالت و ورودی تضمین کنند. در نهایت، کارآمدی استراتژی کنترلی مذکور در حالت حلقه بسته بر روی سیستم فرایندی CSTR به‌عنوان یک سیستم غیرخطی نامعین نشان داده شده است.

**واژه‌های کلیدی**

پایداری مقاوم،

انحراف ساختاری،

سیستم غیرخطی،

کنترل پیش‌بین مقاوم.

[ Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.23223146.1398.6.1.3.8 ]

Sahand University of Technology

Journal of Nonlinear Systems in Electrical Engineering

Vol.6, No.1

Spring and Summer 2019

ISSN: 2322 – 3146

http://jnsee.sut.ac.ir

# Robust Model Predictive Control for a Class of Discrete-Time Nonlinear Systems

**Saeed Rahmati[1] and Hussein Eliasi[2]**

[1]Ph.D. Student, Electrical and Computer Engineering Department, University of Birjand, Birjand, Iran, saeed_rahmati@birjand.ac.ir

[2]**Corresponding Author**, Assistant Professor, Electrical and Computer Engineering Department, University of Birjand, Birjand, Iran, h_eliasi@birjand.ac.ir

## ABSTRACT

This paper presents a robust model predictive control scheme for a class of discrete-time nonlinear systems subject to state and input constraints. Each subsystem is composed of a nominal LTI part and an additive uncertain non-linear time-varying function which satisfies a quadratic constraint. Using the dual-mode MPC stability theory, a sufficient condition is constructed to synthesize the MPC's stabilizing components; i.e. the local terminal cost function and the corresponding terminal set. The proposed control approach is applied to a CSTR. Simulation results show that the proposed robust MPC scheme is quite effective and has a remarkable performance.

Keywords

Robust Stability,

Structural Perturbation,

Nonlinear System,

Robust Model Predictive Control.

[ Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2019-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.23223146.1398.6.1.3.8 ]

## ۱- مقدمه

در دهه‌های اخیر، مسئله طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های غیرخطی پیچیده و مقید به دلیل کاربرد آنها در صنایع فرایند به یک موضوع چالش برانگیز تبدیل شده است. در بین روش‌های ارائه شده، روش کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل[1](MPC)، که به عنوان یک استراتژی کنترلی پیشرفته در صنعت و دانشگاه شناخته می‌شود، مورد توجه ویژه ای قرار گرفته است که بیشتر ناشی از توانایی آن برای برخورد با قیود حاکم بر سیستم‌های دینامیکی مختلف می‌باشد [۱, ۲]. MPC یک خانواده از الگوریتم‌های کنترلی مبتنی بر بهینه‌سازی است که از چندین بخش تشکیل شده است: ۱) یک مدل ریاضی از سیستم برای پیش‌بینی رفتار سیستم بر روی یک افق مشخص، ۲) یک تابع هزینه که بیان‌کننده رفتار قابل قبول سیستم است، ۳) یک فرمول‌بندی ریاضی از قیدهای عملکردی سیستم که باید برآورده شوند، ۴) اندازه‌گیری‌های حالت سیستم در هر پله زمانی و ۵) هرگونه اطلاعات در مورد عدم قطعیت‌ها که ممکن است در دسترس باشند. کاربردهای موفقیت آمیزی از این استراتژی کنترلی در سیستم پاندول‌های معکوس [۳]، CSTR[2] [۴, ۵] و PMSM[3] با جبران‌ساز ضداشباع [۶] گزارش شده است.

انحرافات ساختاری در سیستم‌های دینامیکی می‌توانند سبب غیرخطی شدن رفتار سیستم شوند و شرایط ناپایداری سیستم را فراهم سازند. از این‌رو، طراحی قانون کنترلی باید به‌گونه‌ای باشد که عملکرد مقاوم سیستم در برابر انحرافات ساختاری موجود تضمین گردد. به دلیل آنکه عملاً MPC یک قانون کنترل فیدبک حالت را شکل می‌دهد، قانون کنترلی استخراج شده از آن می‌تواند تا اندازه‌ای دارای خواص مقاوم‌پذیری ذاتی باشد [۷]. با این وجود، در صورتی‌که اندازه عدم قطعیت‌های موجود در سیستم به اندازه کافی کوچک نباشد، ممکن است پایداری و عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته در حضور عدم‌قطعیت‌ها برآورده نشود [۸]. استراتژی‌های MPC که در آنها، عدم قطعیت‌ها به‌طور صریح در فرمولبندی قانون کنترلی لحاظ می‌شوند، استراتژی‌های کنترل پیش‌بین مقاوم[4] (RMPC) نامیده می‌شوند.

یکی از روش‌های معمول برای پیکربندی کنترل‌کننده RMPC، استفاده از روش کمینه-بیشینه[5] می‌باشد که بر اساس آن کران بالا برای بدترین حالت از یک تابع هزینه افق نامحدود کمینه می‌شود [۹]. بر مبنای این روش، در مراجع [۳, ۶, ۱۰, ۱۱] الگوریتم‌های MPC مبتنی بر نامساوی‌های ماتریسی خطی[6] (LMI) برای حل مسئله پایدارسازی به‌صورت برخط برای سیستم‌هایی با عدم قطعیت‌های چندوجهی پیشنهاد شده است. قیدهای حالت و ورودی سیستم نیز با افزودن یک LMI دیگر به مجموعه LMIها لحاظ شده‌اند. در مرجع [۱۲] از مفهوم مجموعه‌های پایا[7] با پایداری مجانبی و LMI برای ایجاد الگوریتم‌های RMPC برخط و خارج خط استفاده شده است. همچنین در مرجع [۱۰] یک الگوریتم MPC با استفاده از مدل اغتشاش به‌منظور افزایش مقاوم‌پذیری ارائه شده است. در مرجع [۵] نیز با استفاده از روش ارائه شده در مراجع [۹] و [۱۳] یک استراتژی RMPC مبتنی بر LMI به‌منظور پایدارسازی مقاوم در برابر عدم‌قطعیت‌های غیرخطی جمع‌شونده که شرط لیپشیتز را برآورده می‌کنند پایه‌ریزی شده است.

[1] Model Predictive Control
[2] Stirred Tank Reactor
[3] Permanent Magnet Synchronous Motor
[4] Robust MPC
[5] Max-Min
[6] Linear Matrix Inequalities
[7] Invariant Set



[ Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.23223146.1398.6.1.3.8 ]

در اکثر منابعی که به آن‌ها اشاره گردید، مدل استفاده شده برای استخراج قانون کنترل پیش‌بین مقاوم، یک مدل خطی و انحراف ساختاری در استخراج قانون کنترلی منظور نشده است. این در حالی است که بسیاری از سیستم‌های واقعی می‌توانند دارای یک بخش غیرخطی اضافه‌شونده به دینامیک خطی سیستم باشند. یک راهکار در مواجه با این کلاس از سیستم‌ها این است که بخش‌های غیرخطی به عنوان یک عدم قطعیت با کران وابسته به حالت درنظر گرفته شوند. در چنین حالتی طراحی قانون کنترلی باید به گونه‌ای باشد تا پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته تضمین گردد. از سوی دیگر، اگر مستقیماً از مدل غیرخطی در طراحی قانون کنترلی MPC استفاده شود، نیاز به استفاده از روش‌هایی نظیر کمینه-بیشینه خواهد بود که در آن کران بالای تابع هزینه (و نه الزاماً خود تابع هزینه) کمینه می‌شود و منجر به یک قانون کنترلی زیر بهینه[1] خواهد شد. یکی دیگر از مواردی که در منابع مذکور به آن پرداخته نشده است، مسئله بیشینه‌سازی باند انحرافات ساختاری قابل تحمل توسط سیستم کنترل است که می‌تواند منجر به افزایش ناحیه جذب سیستم کنترل شود.

با توجه به آنچه در بالا گفته شد، پیکربندی کنترل‌کننده‌های RMPC مبتنی بر یک مدل نامی خطی که عوامل غیرخطی و قیود حاکم بر سیستم را در ارائه یک سیگنال کنترلی بهینه لحاظ کنند و همزمان باند عوامل غیرخطی قابل تحمل توسط سیستم کنترل را نیز افزایش دهند، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بنابراین، هدف از این پژوهش، ارائه یک استراتژی کنترلی پیش‌بین برای یک کلاس از سیستم‌های دینامیکی غیرخطی [۱۴, ۱۵] مقید است تا علاوه بر تضمین پایداری مقاوم، باند عوامل غیرخطی قابل تحمل توسط سیستم کنترل و در نهایت ناحیه جذب نقطه تعادل سیستم غیرخطی را نیز افزایش دهد. این سیستم‌ها از یک بخش خطی نامتغیر با زمان به همراه یک انحراف ساختاری غیرخطی که محدود به یک کران درجه دوم است تشکیل شده‌اند. یکی از ویژگی‌های خاص این نوع ساختار این است که می‌تواند بیانگر عدم قطعیت‌های پارامتری و عوامل غیرخطی در حالت متمرکز و یا اتصالات داخلی بین زیرسیستم‌ها در حوزه سیستم‌های ابعاد وسیع [۱۵] باشد. بنابراین از این ساختار دینامیکی می‌توان در طراحی قانون کنترلی برای سیستم‌های توزیع‌یافته نیز بهره برد.

با توجه به اینکه در کاربردهای صنعتی غالباً از نسخه گسسته کنترل‌کننده MPC استفاده می‌شود [۱۴]، بنابراین در این مقاله به مسئله پایدارسازی مقاوم نسخه گسسته از این سیستم‌های دینامیکی غیرخطی با رویکرد کنترل پیش‌بین پرداخته شده است. پیکربندی استراتژی کنترلی پیشنهادی بر مبنای MPC دوگانه[2] [۱۵] می‌باشد که در آن پایداری سیستم حلقه بسته با قرار دادن آخرین مؤلفه از مسیر حالت بهینه در یک مجموعه پایای نهایی و طراحی یک تابع لیاپانوف کنترلی مقاوم تحت یک قانون کنترل مقاوم برای سیستم نامقید در داخل این مجموعه نهایی و استفاده از آن به عنوان تابع هزینه نهایی، تضمین می‌شود.

در بخش‌های پیش رو به موارد زیر پرداخته می‌شود. چند لم کاربردی که در طراحی کنترل‌کننده RMPC از آن‌ها استفاده شده است، در بخش ۲ معرفی شده‌اند. در بخش ۳ به معرفی کلاس موردنظر از سیستم‌های غیرخطی و توصیف کمی انحراف ساختاری پرداخته شده است. در بخش ۴، پس از مرور مسئله پایدارسازی با استفاده از کنترل پیش‌بین نامی و ارائه شرایط پایداری، فرمولبندی مسئله کنترل پیش‌بین مقاوم ارائه شده است. به‌منظور نشان دادن کارآمدی و عملکرد استراتژی RMPC پیشنهادی، مسئله پایدارسازی سیستم غیرخطی CSTR در بخش ۵ در نظر گرفته شده است. در نهایت در بخش ۶ نتیجه‌گیری بیان شده است.

[1] Suboptimal
[2] Dual-mode MPC



[ Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.23223146.1398.6.1.3.8 ]

## ۲- مقدمات ریاضی

**لم ۱** (لم S [۱۶]). ماتریس $T_i(x) = x^T P_i x$ و $P_i = P_i^T$ را در نظر بگیرید و $i \in [1, \dots, m]$. مادامیکه $T_i(x) \leq 0$ برقرار باشد، یک شرط کافی برای آنکه به ازای هر $x$ رابطه $T_0(x) = x^T P_0 x \leq 0$ برقرار باشد این است که

$$P_0 - \sum_{i=1}^{m} \tau_i P_i \leq 0 \qquad (۱)$$

**لم ۲** (مکمل شر[1] [۱۷]). برای سه ماتریس معین $M(x)$، $S(x)$ و $D(x)$، دو نامساوی زیر همواره معادل هم هستند:

$$\begin{cases} M(x) - S^T(x)D^{-1}(x)S(x) > 0 \quad D(x) > 0 \\ \qquad or \\ D(x) - S(x)M^{-1}(x)S^T(x) > 0 \quad M(x) > 0 \end{cases} \xLeftrightarrow{if\ and\ only\ if} \begin{pmatrix} M & S^T \\ S & D \end{pmatrix} > 0 \qquad (۲)$$

**لم ۳.** برای هر ماتریس معکوس پذیر $C$ و ماتریس‌های $D$، $E$ و $F$، رابطه زیر همواره برقرار است [۱۸]:

$$(C + DEF)^{-1} = C^{-1} - C^{-1}D(I + EFC^{-1}D)^{-1}$$

## ۳- معرفی کلاس موردنظر از سیستم‌های غیرخطی

کلاس زیر از سیستم‌های غیرخطی گسسته را درنظر بگیرید [۱۴]:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + h(x(k), k) \qquad (۳)$$

در رابطه فوق، $x(k) \in R^n$ بردار حالت سیستم و $u(k) \in R^m$ بردار ورودی سیستم در زمان k است. ماتریس‌های ثابت $A \in R^{n\times n}$ و $B \in R^{n\times m}$ به‌ترتیب ماتریس حالت و ماتریس ورودی سیستم را نشان می‌دهند. همچنین، عبارت $h(x(k), k)$ بیانگر یک انحراف غیرخطی جمع شونده و وابسته به حالت است که یک کران مرتبه دوم را به فرم نامساوی زیر برآورده می‌کند.

$$h(x(k), k)^T h(x(k), k) \leq \alpha^2 x(k)^T H(x)^T H(x) x(k) \qquad (۴)$$

در نامساوی فوق، $\alpha > 0$ یک پارامتر اسکالر است که درجه پایداری مقاوم را مشخص می‌کند و $H(x) \in \mathbb{R}^{l\times n}$. عناصر ماتریس H توابعی از x هستند. در حالت کلی این توابع می‌توانند بی‌کران باشند و تنها فرض اساسی این است که یک ماتریس ثابت D، یک بردار $a = [a_1\ a_2 \dots a_n]^T$ و یک ناحیه به‌صورت

$$\Omega(a) = \{x \in R^n : |x_i| \leq a_i, i = 1, 2, \dots, n\} \qquad (۵)$$

وجود دارد بطوریکه به ازای هر $x \in \Omega(a)$ نامساوی زیر برقرار باشد:

$$x(k)^T H(x)^T H(x) x(k) \leq \alpha^2 x^T D^T D x \qquad (۶)$$

برای هر ماتریس معین $D$، نامساوی (۶) یک کلاس از توابع را به شکل زیر بیان می‌کند.

$$H_\alpha = \left\{ h: \mathbb{R}^{n+1} \to \mathbb{R}^n | h^T h \leq \alpha^2 x^T D^T D x, \forall x \in \Omega(a) \right\} \qquad (۷)$$

**فرض ۱:** زوج (A, B) پایدارپذیر است و $x = 0$ یک نقطه تعادل برای سیستم (۳) است.

[1] Schur complement



[ Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.23223146.1398.6.1.3.8 ]

**تعریف ۱:** سیستم دینامیکی (۳) توسط قانون کنترل $u = Kx$ بطور مقاوم با درجه $\alpha$ پایدار شده است، اگر نقطه تعادل $x = 0$ به ازای یک ماتریس معین $D$ و هر $h(x,k) \in H_\alpha$ دارای پایداری مجانبی محلی باشد.

## ٤- فرمولبندی مسئله کنترل پیش‌بین مقاوم

### ٤-١- کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل نامی

مسئله پایدارسازی یک سیستم گسسته LTI با استفاده ازاستراتژیMPC نامی، به واسطه یک مسئله کنترل بهینه افق محدود $\mathbb{P}_N(x)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\mathbb{P}_N(x): V^*(x) = \min_{\boldsymbol{u}} \sum_{k=0}^{N-1} l(x(k),u(k))) + V_f\big(x(N)\big) \qquad (۸)$$

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad \forall k \in \{0,\dots,N-1\} \qquad (۹)$$

$$x(0) = x \qquad (۱۰)$$

$$\big(x(k),u(k)\big) \in X \times U \quad \forall k \in \{0,\dots,N-1\} \qquad (۱۱)$$

$$x(N) \in \mathcal{X}_f \qquad (۱۲)$$

که در آن $N$ افق پیش‌بینی است. توابع هزینه مرحله‌ای[1] $l(x,u)$ و هزینه نهایی $V_f(x)$، توابع محدب مثبت معین[2] (PD) هستند. مجموعه‌های $X$ و $U$ مجموعه‌های محدب هستند، بطوریکه مبدأ را به عنوان یک نقطه داخلی شامل شده و به‌ترتیب، بیانگر مجموعه‌های قیدی حالت و ورودی هستند. همچنین مجموعه قیدی نهایی $\mathcal{X}_f \subseteq \mathbb{R}^n$ یک مجموعه محدب و فشرده است و مبدأ را به عنوان یک نقطه داخلی شامل می‌شود. $u = \{u(0),\dots,u(N-1)\}$ مسیر سیگنال کنترلی را بر روی $N$ پله زمانی نشان می‌دهد، که به همراه $x(0) = x$ مسیر حالت $x = \{x(1),\dots,x(N)\}$ را به طور یکتا مشخص می‌کنند. پس از حل برخط مسئله فوق در هر لحظه $k$ از زمان، یک دنباله محدود از ورودی‌های کنترلی بهینه به‌صورت $u^* = \{u^*(0),\dots,u^*(N-1)\}$ بدست می‌آید و تنها اولین عنصر از این دنباله به عنوان ورودی کنترل بهینه $k_{MPC}(x) = u^*(0)$ به سیستم اعمال می‌شود که منجر به سیستم حلقه بسته غیرخطی زیر می‌شود [۱۹]:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bk_{MPC}\big(x(k)\big) \qquad (۱۳)$$

مجموعه $\mathbb{X}_N \subseteq R^n$ فضای شدنی مسئله بهینه‌سازی $\mathbb{P}_N(x)$ را نشان می‌دهد و به‌صورت مجموعه $x$هایی تعریف می‌شود که به ازای آن‌ها یک جواب شدنی برای مسئله $\mathbb{P}_N(x)$ وجود دارد. در ادامه به‌منظور سادگی در نوشتار، شاخص زمانی $k$ حذف شده است و برای نمایش حالت فعلی و حالت بعدی سیستم به‌ترتیب از نمایش کوتاه شده $x$ و $x^+$ استفاده شده است. شرایط کافی برای پایداری مجانبی سیستم (۱۳) بر روی حوزه $\mathbb{X}_N$ در قضیه زیر بیان شده است.

[1] Stage cost function
[2] Positive Definite (PD)



[ Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.23223146.1398.6.1.3.8 ]

**قضیه ۱** ([۶]): فرض کنید قانون کنترل نهایی به صورت $k_f(x): \mathcal{X}_f \to R^m$ باشد و $\mathcal{O}_1(\cdot)$، $\mathcal{O}_2(\cdot)$ و $\mathcal{O}_3(\cdot)$ توابعی از کلاس $\mathcal{K}_\infty$ باشند. اگر به ازای هر $x \in \mathcal{X}_f$ شرایط

$$x \in X, k_f(x) \in U, Ax + Bk_f(x) \in \mathcal{X}_f \qquad (۱۴)$$

$$\mathcal{O}_1(\|x\|) \le V_f(x) \le \mathcal{O}_2(\|x\|) \qquad (۱۵)$$

$$V_f\left(Ax + Bk_f(x)\right) - V_f(x) \le -l\left(x, k_f(x)\right) \le -\mathcal{O}_3(\|x\|) \qquad (۱۶)$$

برقرار باشند، آنگاه سیستم حلقه بسته $x^+ = Ax + Bk_{\mathrm{MPC}}$ پایدار مجانبی با حوزه جذب $\mathbb{X}_N$ خواهد بود.

شرط (۱۴) ایجاب می‌کند که مجموعه $\mathcal{X}_f$ یک مجموعه پایای شدنی باشد و شروط (۱۵) و (۱۶) ایجاب می‌کنند که $V_f(x)$ یک تابع لیاپانوف برای سیستم حلقه بسته $x^+ = Ax + Bk_f$ باشد. حال در ادامه با تعمیم قضیه فوق، شرایط لازم به‌منظور پایدارسازی مقاوم کلاس سیستم‌های دینامیکی غیرخطی اشاره شده در بخش ۳ با استفاده از مسئله بهینه‌سازی $\mathbb{P}_N(x)$ تعیین می‌گردد.

## ٤-۲- کنترل پیش‌بین مقاوم

در ابتدا لازم به ذکر است که به‌منظور طراحی قانون کنترلی RMPC برای کلاس بیان شده از سیستم‌های غیرخطی، بخش غیرخطی اضافه شونده به‌شکل یک عدم قطعیت وابسته به حالت در نظر گرفته می‌شود. سپس با ایجاد نسخه‌های مقاوم از شرایط (۱۴) تا (۱۶) در برابر عدم قطعیت‌های غیرخطی جمع‌شونده، پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته تضمین می‌گردد. برای نیل به این هدف، می‌توان قضیه ۱ را به‌گونه‌ای تعمیم داد که تمام انحرافات ساختاری $h \in \mathrm{H}_\alpha$ را شامل شود. بنابراین، باید نسخه‌های مقاوم از شرایط (۱۴) تا (۱۶) برای سیستم دینامیکی نامعین (۳) بصورت زیر برآورده شوند.

$$x \in X, k_f(x) \in U, \left(Ax + Bk_f(x) + h(x,k)\right) \in \mathcal{X}_f, \forall h \in \mathrm{H}_\alpha \qquad (۱۷)$$

$$\mathcal{O}_1(\|x\|) \le V_f(x) \le \mathcal{O}_2(\|x\|) \qquad (۱۸)$$

$$V_f\big(Ax + Bk_f(x) + h(x,k)\big) - V_f(x) \le -l\big(x, k_f(x)\big) \le -\mathcal{O}_3(\|x\|) \qquad (۱۹)$$

به منظور تحقق شرایط فوق، تابع هزینه نهایی و هزینه مرحله‌ای در مسئله بهینه‌سازی $\mathbb{P}_N(x)$ به‌ترتیب به‌صورت $V(x) = x^T P x$ و $l(x,u) = x^T Q x + u^T R u$ انتخاب می‌شوند بطوریکه $P = P^T$ و $P$ و $R$ ماتریس‌های PD و $Q$ یک ماتریس مثبت نیمه معین است. همچنین قانون کنترل نهایی به صورت $k_f(x) = Kx$ در نظر گرفته می‌شود.

**فرض دوم**: یک قانون کنترل فیدبک حالت خطی بصورت $u(x) = Kx$ و $K \in R^{m\times n}$ وجود دارد بطوریکه سیستم حلقه بسته (۲۰) را به مفهوم تعریف ۱ پایدار مقاوم با درجه α می‌سازد.

$$x^+ = (A + BK)x + h(x,k) \qquad (۲۰)$$

باتوجه به اینکه عامل غیرخطی جمع‌شونده $h(x,k)$ بصورت یک نامعینی در نظر گرفته شده است، بنابراین حالت‌های سیستم بر روی افق پیش‌بینی $N$، بر اساس مدل دینامیکی نامی زیر محاسبه می‌شوند.



[ Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.23223146.1398.6.1.3.8 ]

$$x(k+i+1|k) = Ax(k+i|k) + Bu(k+i|k),\ x(k|k) = x(k) \qquad (۲۱)$$

حال مسئله تعیین مولفه‌های پایدارساز مسئله بهینه‌سازی $\mathbb{P}_N(x)$ شامل تعیین عناصر $V_f(x)$، $k_f(x)$ و $\mathcal{X}_f$ متناظر با کنترل‌کننده RMPC به‌صورت یک مسئله بهینه‌سازی به‌شکل زیر بیان می‌شود.

**مسئله ۱.**

$$\min a\gamma$$

$$\text{s.t.}\begin{bmatrix} \mathrm{V}-\mathrm{G}-G^T & [\mathrm{G}^T \quad Y^T] & G^TH^T & G^T\mathrm{A}^T+Y^TB^T & 0 \\ * & \begin{bmatrix}-Q & 0\\ 0 & -R\end{bmatrix}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\Sigma & 0 & 0 \\ * & * & * & -V & I \\ * & * & * & * & -\mathrm{I} \end{bmatrix} < 0 \qquad (۲۲)$$

$$\gamma - \frac{1}{\bar{\alpha}^2} < 0 \qquad (۲۳)$$

در مسئله فوق، ماتریس‌های $V$، $Y$ و ماتریس ناویژه $G$ ماتریس‌هایی با ابعاد مناسب هستند و $\Sigma = y1$ است که $\gamma = 1/\alpha^2$. همچنین سمبل *، نشان‌دهنده یک ساختار متقارن است.

**نکته ۱:** استفاده از نامساوی (۲۳)، یک درجه از پیش تعیین‌شده از پایداری مقاوم را تضمین خواهد نمود؛ به این معنی که α بزرگتر از مقدار معین $\bar{\alpha}$ خواهد بود.

**قضیه ۲:** سیستم دینامیکی غیرخطی (۳) را درنظر بگیرید. فرض کنید که حالت فعلی سیستم $x(k)$ قابل اندازه‌گیری است. اگر مسئله ۱ شدنی باشد، آنگاه یک کنترل‌کننده $RMPC$ مستخرج از مسئله کنترل بهینه $\mathbb{P}_N(x)$ با تابع هزینه نهایی $V_f(x) = x^TPx$ و یک مجموعه قیدی نهایی به‌صورت $\mathcal{X}_f = \{x: V_f(x) = x^TPx \le \varepsilon\}$ وجود خواهد داشت به‌طوری‌که سیستم حلقه بسته $x^+ = Ax + Bk_{MPC} + h(x,k)$ را به‌صورت محلی با حوزه جذب $\mathbb{X}_N$ پایدار می‌کند.

**اثبات:** برای ایجاد یک تابع لیاپانوف مقاوم برای سیستم غیرخطی (۳) و انتخاب آن به عنوان تابع هزینه نهایی در مسئله $\mathbb{P}_N(x)$، باید رابطه کاهشی لیاپانوف (۲۴) برای سیستم دینامیکی مذکور برای تمام زمان‌ها و تمام انحرافات ساختاری از کلاس $\mathrm{H}_\alpha$ برآورده شود.

$$\Delta V = V(x^+) - V(x) < -l(x,u) \qquad (۲۴)$$

با جایگذاری مقدار $x^+$ در رابطه (۲۴) و با کمی عملیات ریاضی خواهیم داشت:

$$x^T((A+Bk)^TP(A+BK) - P + Q + K^TRK)x + \psi^TP\psi + x^T(A+BK)^TP\psi + \psi^TP(A+BK)x < 0 \qquad (۲۵)$$

با تعریف $\bar{A} = A + BK$، نامساوی فوق را می‌توان به فرم یک نامساوی ماتریسی به شکل زیر نشان داد:

$$\begin{bmatrix}x\\h\end{bmatrix}^T \begin{bmatrix}\bar{A}^TP\bar{\mathrm{A}} - P + Q + K^TRK & \bar{A}^TP \\ * & P\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\h\end{bmatrix} < 0 \qquad (۲۶)$$

نامساوی (۴) را می‌توان در ناحیه $\Omega(a)$ به فرم ماتریسی زیر بازنویسی نمود:



[ Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.23223146.1398.6.1.3.8 ]

$$\begin{bmatrix} x \\ h \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -D^T\Sigma^{-1}D & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ h \end{bmatrix} < 0 \qquad (۲۷)$$

در نتیجه، با استفاده از لم ۱ و تحت نامساوی فوق، نامساوی (۲۶) درصورتی برآورده خواهد شد که نامساوی (۲۸) برآورده شود:

$$\begin{bmatrix} \bar{A}^T P\bar{A} - P + Q + K^T RK + D^T\Sigma^{-1}D & \bar{A}^T P \\ * & P - I \end{bmatrix} < 0 \qquad (۲۸)$$

با بازنویسی رابطه (۲۸) و با استفاده از لم ۲، نامساوی فوق معادل با نامساوی زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} [-\mathrm{P} + P(\mathrm{P} - I)^{-1}P]^{-1} & \bar{\mathrm{A}} \\ * & -\mathrm{P} + Q + K^T R\mathrm{K} + D^T\Sigma^{-1}D \end{bmatrix} < 0 \qquad (۲۹)$$

برای ساده‌سازی نامساوی (۲۹)، از لم ۳ کمک گرفته شده است. بنابراین، با انتخاب $D = P$، $C = -P$، $E = (P - I)^{-1}$، و $F = P$، برای درایه $(1,1)$ از ماتریس سمت چپ نامساوی (۲۹) خواهیم داشت:

$$[-P + P(P - I)^{-1}P]^{-1} = -P^{-1} + I \qquad (۳۰)$$

در نتیجه، نامساوی (۲۹) معادل با نامساوی زیر خواهد بود.

$$\begin{bmatrix} -P + Q + K^T RK + D^T\Sigma^{-1}D & \bar{\mathrm{A}}^T \\ * & -P^{-1} + I \end{bmatrix} < 0 \qquad (۳۱)$$

وجود همزمان ماتریس‌های $P$ و $P^{-1}$ در نامساوی فوق منجر به یک نامساوی ماتریسی دوخطی[1] (BMI) شده است و بدیهی است که نمی‌توان بطور مستقیم ماتریس $P$ و بهره فیدبک $K$ را از حل نامساوی فوق استخراج نمود. برای تبدیل BMI رابطه (۳۱) به یک $LMI$، از روش ارائه شده در [۲۰] استفاده شده است. بدین منظور، یک متغیر ماتریسی کمکی $G$ به مجموعه متغیرهای بهینه‌سازی مسئله اضافه می‌شود، بطوریکه $G$ یک ماتریس ناویژه با ابعاد مناسب است. با ضرب نامساوی (۳۱) از سمت راست و چپ به‌ترتیب در $diag(G, I)$ و $diag(G^T, I)$، یک BMI دیگر به صورت زیر بدست خواهد آمد.

$$\begin{bmatrix} G^T(-P + Q + K^T RK + D^T\Sigma^{-1}D)G & G^T\bar{\mathrm{A}}^T \\ * & -P^{-1} + I \end{bmatrix} < 0 \qquad (۳۲)$$

بنابراین نامساوی (۳۱) برآورده خواهد شد، اگر نامساوی (۳۲) برآورده گردد. از آنجا که $P^{-1} - G - G^T$ یک کران بالا برای عبارت $-G^T PG$ است [۲۰]، با استفاده از تغییر متغیرهای $V = P^{-1}$ و $Y = KG$، $BMI$ رابطه (۳۲) به $LMI$ رابطه (۳۳) تبدیل خواهد شد. سپس با دو بار اعمال متوالی مکمل شر بر نامساوی (۳۳)، LMI رابطه (۲۲) بدست خواهد آمد.

$$\begin{bmatrix} V - G - G^T - P + Q + Y^T RY + G^T D^T\Sigma^{-1}DG & G^T\bar{\mathrm{A}}^T \\ * & -\mathrm{V} + I \end{bmatrix} < 0 \qquad (۳۳)$$

بنابراین تضمین کاهشی بودن تابع لیاپانوف $\mathrm{V}(x)$ در گرو حل LMI رابطه (۲۲) است. پس از تعیین ماتریس لیاپانوف $P$ و بهره فیدبک نهایی $K$، مجموعه قیدی پایای نهایی $\mathcal{X}_f$ به‌صورت بزرگترین مجموعه $\Phi(\varepsilon)$ به‌شکل زیر تعیین می‌شود:

$$\Phi(\varepsilon) = \{x: V_f(x) = x^T P\mathrm{x} \le \varepsilon, x \subset \mathrm{X}, K\mathrm{x} \subset U\} \qquad (۳۴)$$

[1] Bilinear Matrix Inequality



[ Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.23223146.1398.6.1.3.8 ]

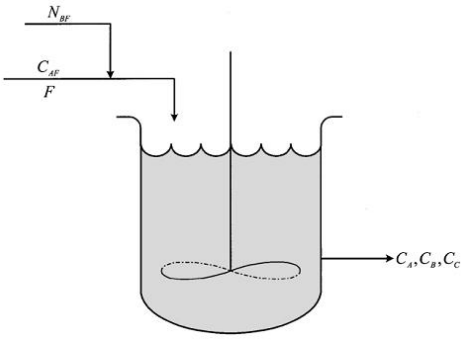
حل نامساوی (۲۲) و تعیین ناحیه قیدی نهایی $\mathcal{X}_f$ و اعمال این ناحیه قیدی به مسئله $\mathbb{P}_N(x)$، پایداری مقاوم استراتژی کنترلی پیشنهادی برای کلاس درنظر گرفته شده از سیستم‌های غیرخطی را تضمین می‌کند.

## ۵- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، با استفاده از نرم افزار متلب و همچنین جعبه ابزار بهینه‌سازی Yalmip [۲۱] به ارزیابی میزان کارآمدی الگوریتم RMPC پیشنهادی در بخش ۴-۲ بر روی سیستم فرایندی غیرخطی CSTR پرداخته می‌شود. همچنین پاسخ‌های بدست آمده از این روش با روش ارائه شده در مرجع [۵] که از این پس با عنوان LMI-MPC نام برده می‌شود، مقایسه شده است.

### ۵-۱- مدل غیرخطی CSTR

در شکل ۱، دیاگرام شماتیک یک سیستم $CSTR$ نشان داده شده است که در آن یک واکنش هم دما، حالت مایع و چند جزئی به صورت $A \leftrightarrows B \rightarrow C$ انجام می‌شود.




شکل ۱. دیاگرام شماتیک سیستم غیرخطی نامعین CSTR [۲۲]

سیستم دینامیکی CSTR با مجموعه معادلات دینامیکی زیر بیان می‌شود [۲۲]:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 = 1 - \bar{x}_1 - Da_1\bar{x}_1 + Da_2\bar{x}_2^2 \\ \dot{\bar{x}}_2 = Da_1\bar{x}_1 - \bar{x}_1 + Da_2\bar{x}_2^2 \\ \dot{\bar{x}}_3 = -\bar{x}_3 + Da_3\bar{x}_2^2 \end{cases} \qquad (۳۵)$$

که در آن $\bar{x}_i$، $i = 1,2,3$، غلظت‌های بدون بُعد هستند که به صورت $\bar{x}_1 = C_A/C_{AF}$، $\bar{x}_2 = C_B/C_{BF}$ و $\bar{x}_3 = C_C/C_{AF}$ تعریف می‌شوند. همچنین $C_{AF}$ و $C_i$ به‌ترتیب غلظت تغذیه گونه $A$ و غلظت گونه $i$-ام $(i = A,B,C)$ در $CSTR$ را نشان می‌دهند. ورودی بدون بُعد $\bar{u}$ به‌صورت $\bar{u} = N_{BF}/FC_{AF}$ تعریف می‌شود و $N_{BF}$ و $F$ به‌ترتیب نشان‌دهنده نرخ تغذیه مولی گونه $B$ و فلوی حجمی هستند. هدف از طراحی کنترل‌کننده، آن است تا با تنظیم فلوی مولی گونه $B$ بتوان غلظت‌های موردنظر را تا حد امکان به مقادیر حالت مطلوب $(x_{1d}, x_{2d}, x_{3d})$ نزدیک نمود. با تعریف متغیرهای انحرافی به‌صورت $x_1 = \bar{x}_1 - x_{1d}$، $x_2 = \bar{x}_2 - x_{2d}$، $x_3 = \bar{x}_3 - x_{3d}$ و $u = \bar{u} - u_d$، معادلات مدل CSTR را می‌توان به شکل زیر بازنویسی نمود.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -(1 + Da_1)x_1 + 2Da_2x_{2d}x_2 + Da_2x_2^2 \\ \dot{x}_2 = Da_1x_1 - (1 + 2Da_2x_{2d} + 2Da_3x_{2d})x_2 - (Da_2 + Da_3)x_2^2 + u \\ \dot{x}_3 = Da_3x_2^2 + 2Da_3x_{2d}x_2 - x_3 \end{cases} \qquad (۳۶)$$



[ Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.23223146.1398.6.1.3.8 ]

با بازنویسی معادلات فوق به شکل استاندارد، سیستم نامی (مدل سیستم) به صورت

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \qquad (۳۷)$$

نمایش داده می‌شود که در آن

$$f(x) = \begin{bmatrix} -(1+Da_1)x_1 + 2Da_2x_{2d}x_2 + Da_2x_2^2 \\ Da_1x_1 - (1+2Da_2x_{2d}+2Da_3x_{2d})x_2 - (Da_2+Da_3)x_2^2 \\ Da_3x_2^2 + 2Da_3x_{2d}x_2 - x_3 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (۳۸)$$

سیستم نامی در رابطه (۳۷) را می‌توان به صورت زیر به دو بخش خطی و غیرخطی تقسیم نمود.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -(1+Da_1)x_1 + 2Da_2x_{2d}x_2 \\ Da_1x_1 - (1+2Da_2x_{2d}+2Da_3x_{2d})x_2 \\ 2Da_3x_{2d}x_2 - x_3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} Da_2x_2^2 \\ -(Da_2+Da_3)x_2^2 \\ Da_3x_2^2 \end{bmatrix} \qquad (۳۹)$$

با انتخاب مقادیر ثابت‌های سیستم به صورت $Da_1 = 3$، $Da_2 = 0.5$، و $Da_3 = 1$ و همچنین با درنظرگرفتن مقادیر مطلوب برای حالت‌های سیستم به صورت $x_{1d} = 0.3467$، $x_{2d} = 0.8796$، و $x_{3d} = 0.8796$ و همچنین $u_d = 1$، مدل نهایی سیستم را می‌توان مشابه نسخه پیوسته رابطه (۳) به شکل زیر نمایش داد:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -4 & 0.8796 & 0 \\ 3 & -3.6388 & 0 \\ 0 & 1.7592 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.5x_2^2 \\ -1.5x_2^2 \\ x_2^2 \end{bmatrix} \qquad (۴۰)$$

سیستم فوق با ثابت زمانی ۰/۰۵ ثانیه ($T_s = 50\,ms$) با روش اویلر عقب‌رونده[1] گسسته‌سازی شده است. همچنین حالت‌های سیستم و سیگنال کنترل به ترتیب به صورت $\|x\|_\infty < 5$ و $\|u\|_\infty < 8$ محدود شده‌اند و افق پیش‌بینی در مسئله بهینه‌سازی MPC برابر $N = 15$ انتخاب شده است. تابع انحراف غیرخطی $h(k,x)$، نامساوی زیر را برآورده می‌کند:

$$h(x,k)^T h(x,k) \le \alpha^2 x^T S^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.5x^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} Sx \qquad (۴۱)$$

که در آن ماتریس ثابت $S$ ناشی از فرایند گسسته‌سازی می‌باشد. عناصر ماتریس $H(x)$ متناظر با نامساوی (۴۱) توابع بی‌کران از $x$ هستند. بنابراین به‌منظور طراحی الگوریتم RMPC برای سیستم (۴۰) لازم است تا یک ناحیه به‌صورت

$$\Omega(a) = \{x \in R^n : |x_2| \le 1, x_1, x_3 \in R\} \qquad (۴۲)$$

انتخاب شود که در آن یک ماتریس ثابت $D$ متناظر با حالت گسسته به‌صورت $D = (A - T_sI)^{-1}T_s \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3.5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ وجود دارد بطوریکه نامساوی (۶) را برآورده می‌کند.

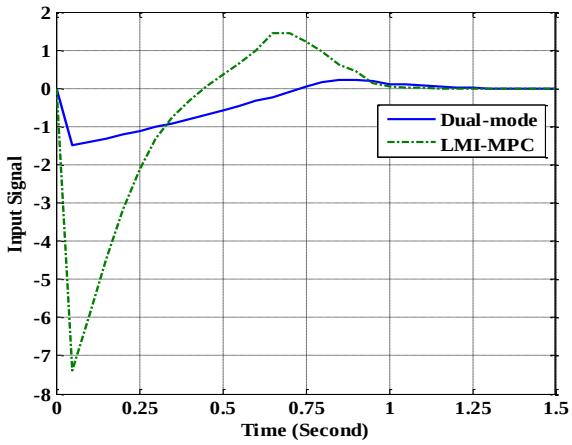
پس از حل مسئله ۱، مقدار $\alpha = 1.485$ بدست آمده است؛ بنابراین، علاوه بر پایدارسازی مقاوم مسئله CSTR، حد بالای عوامل غیرخطی قابل تحمل توسط سیستم نیز به مقدار ۱/۴۸۵ افزایش یافته است. مسیرهای حالت متغیرهای $x_1$، $x_2$ و $x_3$ فرایند CSTR

[1] Backward Euler

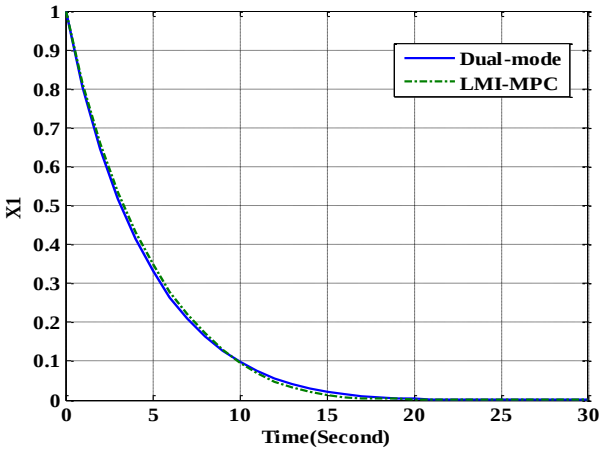


[ Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.23223146.1398.6.1.3.8 ]

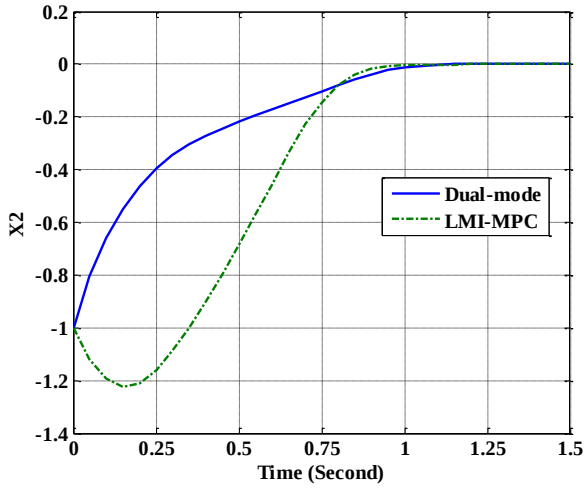
به ازای شرایط اولیه $x_{0_1} = [1 \quad -1 \quad 0.6] \in \Omega$ به‌ترتیب در شکل‌های ۲ تا ۵ نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل‌ها نشان داده شده است، سیستم غیرخطی CSTR به خوبی حول نقطه تعادل پایدار شده است و قیدهای سیستم نیز برآورده شده‌اند.



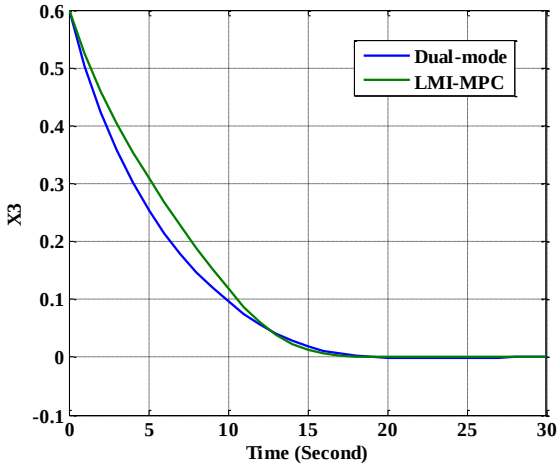

شکل ۲. سیگنال کنترل ورودی برای روش پیشنهادی و روش LMI-MPC




شکل ۳. حالت x1




شکل ۴. حالت x2




شکل ۵. حالت x3

پس از آن‌که عملکرد کنترل‌کننده در مقابل عوامل غیرخطی از کلاس $H_\alpha$ در ناحیه $\Omega$ مورد ارزیابی قرار گرفت، در ادامه میزان مقاوم‌پذیری سیستم کنترل در برابر خروج حالت‌های سیستم ازناحیه $\Omega$ مورد بررسی قرار می‌گیرد.

**نکته ۲**: مقدار بدست آمده $\alpha = 1.485$ بدان معناست که سیستم حلقه بسته به ازای هر انحراف که نامساوی زیر را برآورده می‌کند، پایدار مجانبی محلی خواهد بود:

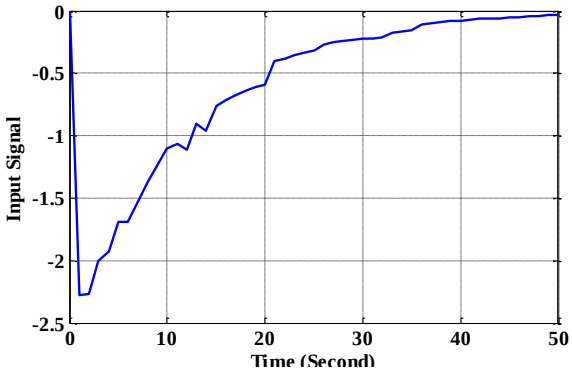
$$h^T h \leq \alpha^2 x^T D^T D x = 5.2 x_2^2 \qquad (۴۳)$$

به‌منظور تحلیل ناحیه جذب کنترل‌کننده پیشنهادی و کنترل‌کننده LMI-MPC، شرایط اولیه برای متغیر حالت $x_2$ تا حد امکان‌ناپذیری مسئله کنترل پیش‌بین افزایش داده شده است و باقی حالت‌ها برابر با مقدار قبلی انتخاب شده‌اند. این مقدار اولیه جدید عبارتست از $x_{0_2} = [1 \quad -1.485 \quad 0.6]$. به ازای این شرایط اولیه، جواب شدنی برای مسئله LMI-MPC وجود ندارد

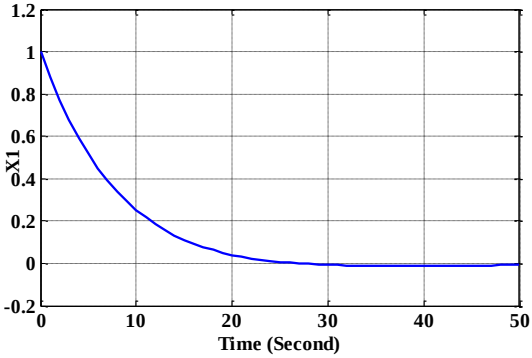


[ Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.23223146.1398.6.1.3.8 ]

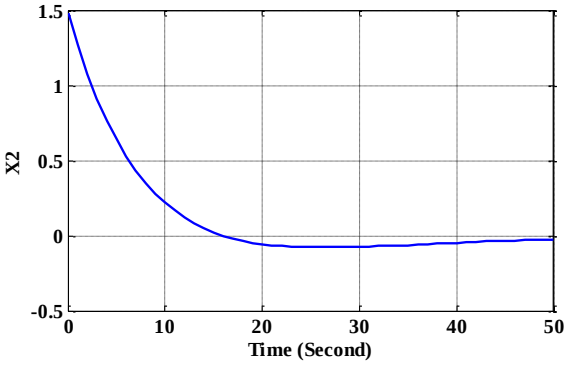
و این کنترل‌کننده قادر به کنترل سیستم نمی‌باشد، درحالی‌که روش پیشنهادی به‌خوبی قادر است تا سیستم را از این شرایط اولیه به سمت نقطه تعادل هدایت کند. لازم به‌ذکر است که با استفاده از روش LMI-MPC، مسئله کنترل پیش‌بین تنها تا مقدار $x_{0_2} = [1 \quad -1.218 \quad 0.6]$ دارای جواب است. در شکل ۶ تا ۹ سیگنال کنترل ورودی و حالت‌های سیستم به ازای شرایط اولیه $x_{0_2}$ نشان داده شده‌اند. واضح است که با افزایش کران عدم قطعیت‌های قابل تحمل توسط سیستم، ناحیه جذب سیستم نیز به خوبی افزایش یافته است. به این‌ترتیب، استراتژی کنترلی پیشنهادی توانسته است یک کران بزرگتری از عوامل غیرخطی را در حضور قیود حاکم بر مسئله تحمل کند.



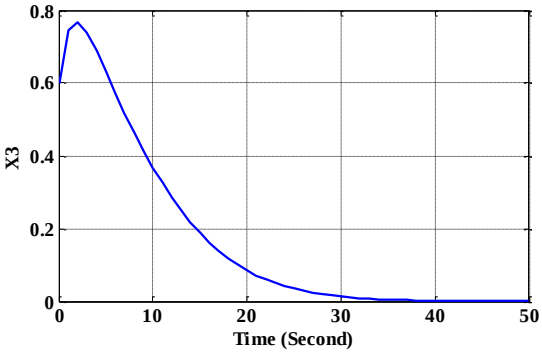
شکل ۶. سیگنال کنترل ورودی



شکل ۷. حالت x1



شکل ۸. حالت x2



شکل ۹. حالت x3

## ٦- نتیجه‌گیری

در این مقاله، به طراحی یک کنترل‌کننده پیش‌بین مبتنی بر مدل جهت پایدارسازی مقاوم یک کلاس از سیستم‌های غیرخطی گسسته مقیدکه شامل یک بخش LTI و یک تابع انحراف غیرخطی می‌باشد، پرداخته شد. در این کلاس از سیستم‌های غیرخطی، تابع انحراف محدود به کران‌های مرتبه دوم از بردار حالت سیستم می‌باشد. در این مقاله به‌منظور طراحی کنترل‌کننده، تابع انحراف به شکل یک نامعینی وابسته به حالت درنظر گرفته شده است. همچنین در طراحی کنترل‌کننده از روش MPC دوگانه که منجر به تعیین مناسب تابع هزینه نهایی و مجموعه قیدی نهایی در مسئله بهینه‌سازی MPC می‌شود، استفاده شد. در استراتژی پیشنهادی، بر خلاف روش‌های ارائه شده بر مبنای روش کمینه-بیشینه که منجر به یک قانون کنترلی زیر بهینه می‌شود، یک سیگنال کنترلی بهینه تولید می‌شود. علاوه بر آن، دامنه عدم قطعیت‌های قابل تحمل توسط سیستم کنترلی نیز بیشینه گردید. در نهایت، به منظور ارزیابی



[ Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.23223146.1398.6.1.3.8 ]

عملکرد استراتژی پیشنهادی، این استراتژی به سیستم فرایندی CSTR که یک سیستم دینامیکی غیرخطی است اعمال گردید. نتایج شبیه‌سازی کارایی روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

## مراجع

[1] Y. Zhang and C. Qu, "Model predictive direct power control of PWM rectifiers under unbalanced network conditions," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 62, pp. 4011-4022, 2015.

[2] F. Xu, H. Chen, X. Gong, and Q. Mei, "Fast nonlinear model predictive control on FPGA using particle swarm optimization," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 63, pp. 310-321, 2016.

[3] M. Ghanavati, V. J. Majd, and M. Ghanavati, "Control of inverted pendulum system by using a new robust model predictive control strategy," in In: Proceedings of International Siberian Conference on Control and Communications, 2011, pp. 27-32.

[4] P. Ojaghi, N. Bigdeli, and M. Rahmani, "An LMI approach to robust model predictive control of nonlinear systems with state-dependent uncertainties," Journal of Process Control, vol. 47, pp. 1-10, 2016.

[5] V. Ghaffari, S. V. Naghavi, and A. Safavi, "Robust model predictive control of a class of uncertain nonlinear systems with application to typical CSTR problems," Journal of Process Control, vol. 23, pp. 493-499, 2013.

[6] R. Errouissi, M. Ouhrouche, W.-H. Chen, and A. M. Trzynadlowski, "Robust cascaded nonlinear predictive control of a permanent magnet synchronous motor with antiwindup compensator," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 59, pp. 3078-3088, 2012.

[7] F. Allgöwer, T. A. Badgwell, J. S. Qin, J. B. Rawlings, and S. J. Wright, "Nonlinear predictive control and moving horizon estimation—an introductory overview," in Advances in control, ed: Springer, pp. 391-449, 1999.

[8] E. J. Davison and T. N. Chang, "Decentralized stabilization and pole assignment for general proper systems," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 35, pp. 652-664, 1990.

[9] M. V. Kothare, V. Balakrishnan, and M. Morari, "Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities," Automatica, vol. 32, pp. 1361-1379, 1996.

[10] G. Pannocchia, "Robust disturbance modeling for model predictive control with application to multivariable ill-conditioned processes," Journal of Process Control, vol. 13, pp. 693-701, 2003.

[11] J. S. Lopes, G. Oscar Filho, F. M. Araujo, A. L. Cavalcanti, and A. L. Maitelli, "An LMI robust predictive control approach applied in a coupled tanks systems," in IECON 2011-37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society, 2011, pp. 480-485.

[12] Z. Wan and M. V. Kothare, "An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities," Automatica, vol. 39, pp. 837-846, 2003.

[13] M. C. de Oliveira, J. Bernussou, and J. C. Geromel, "A new discrete-time robust stability condition," Systems & control letters, vol. 37, pp. 261-265, 1999.

[14] D. Stipanovic and D. Siljak, "Robust stability and stabilization of discrete-time non-linear systems :the LMI approach," International Journal of Control, vol. 74, pp. 873-879, 2001.

[15] A. I. Zečević and D. D. Šiljak, "Estimating the region of attraction for large-scale systems with uncertainties," Automatica, vol. 46, pp. 445-451, 2// 2010.

[16] V. Yakubovich, "The S-procedure in nonlinear control theory," Vestnik Leningrad Univ. Math, vol. 4, pp. 73-93, 1977.

[ Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12 ]
[ DOR: 20.1001.1.23223146.1398.6.1.3.8 ]

[17] S. P. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, Linear matrix inequalities in system and control theory vol. 15: SIAM, 1994.

[18] D. J. Tylavsky and G. R. Sohie, "Generalization of the matrix inversion lemma," Proceedings of the IEEE, vol. 74, pp. 1050-1052, 1986.

[19] D. Q. Mayne, J. B. Rawlings, C. V. Rao, and P. O. M. Scokaert, "Constrained model predictive control: Stability and optimality," Automatica, vol. 36, pp. 789-814, 2000.

[20] F. A. Cuzzola, J. C. Geromel, and M. Morari, "An improved approach for constrained robust model predictive control," Automatica, vol. 38, pp. 1183-1189, 2002.

[21] J. Lofberg, "YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB," pp. 284-289.

[22] C.-T. Chen and S.-T. Peng, "A nonlinear control scheme for imprecisely known processes using the sliding mode and neural fuzzy techniques," Journal of Process Control, vol. 14, pp. 501-515, 2004.

[ Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-10-12 ]

[ DOR: 20.1001.1.23223146.1398.6.1.3.8 ]