دانشگاه صنعتی سهند

DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4

نشریه سامانه‌های غیرخطی در مهندسی برق

دوره ۱۰ – شماره ۱

بهار و تابستان ۱۴۰۲

صفحات ۴ الی ۳۲

ISSN: 2322-3146

http://journals.sut.ac.ir/jnsee

کنترل مقاوم آرایش مبتنی بر ساختار مجازی برای موبایل ربات‌های غیر هولونومیک

سید سجاد موسی پور[1] و سید شهاب الدین سید صاحبی[2]

[1]**نویسنده مسئول**، استادیار، گروه مهندسی برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، ایران

s.moosapour@scu.ac.ir

[2]کارشناس ارشد، گروه مهندسی برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، ایران

shgeneralsa@gmail.com

چکیده

در این مقاله به کنترل آرایش بر پایه ساختار مجازی برای سیستم ربات موبایل غیرهولونومیک با دو مدل معادله سینماتیکی معین و نامعین پرداخته می‌شود. در ابتدا معادلات آرایش مدل معین محاسبه شده و سپس اثبات می‌شود که می توان با استفاده از تئوری کنترل مدلغزشی برای هر دو موبایل ربات در حال حرکت، یک شکل هندسی ایجاد کرده و آن حالت را حفظ کرد. در ادامه پس از محاسبه معادلات آرایش مدل نامعین، یک کنترل‌کننده مدلغزشی طراحی می‌شود که قادر است مدل نامعین را با شرط داشتن محدوده نامعینی معادله سینماتیک، کنترل کند. برای هر طراحی، با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف پایداری سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد. در پایان، به منظور مقایسه عملکرد کنترل‌کننده‌های طراحی شده، یک کنترل‌کننده بازگشت‌به‌عقب از قبل طراحی شده معرفی می‌شود و نتایج در قالب شبیه‌سازی ارائه خواهد شد. نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده عملکرد مؤثر کنترل‌کننده های طراحی شده می‌باشد

واژه‌های کلیدی

سیستم چند عامله

آرایش

ساختار مجازی

منابع تولید پراکنده

روبات سیار غیر هولونومیک

کنترل مد لغزشی

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

Sahand University of Technology

DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4

Journal of Nonlinear Systems in Electrical Engineering

Vol.10, No.1

Spring and Summer 2023

ISSN: 2322 – 3146

http://journals.sut.ac.ir/jnsee

Robust Formation Control based on Virtual Structure for Nonholonomic Mobile Robots

Seyyed Sajjad Moosapour[1] and Seyed Shahab Aldin Seyed Sahebi[2]

[1]**Corresponding Author**, Assistant Professor, Department of Electrical Engineering, Faculty of engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran, s.moosapour@scu.ac.ir

[2]Master Graduate, Department of Electrical Engineering, Faculty of engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran, shgeneralsa@gmail.com

ABSTRACT

Keywords

Multiagent system

Formation

Virtual Structure

Nonholonomic Mobile Robots

Sliding mode control

In this paper, formation control based on the virtual structure for the non-holonomic mobile robot system with two models of certain and uncertain kinematic equations is discussed. First, the formation equations of a certain model are calculated and then it is proved that it is possible to create a geometric shape and maintain that state by using the sliding model control theory for any two moving mobile robots. Then, after deriving the formation equations of the uncertain model, a sliding model controller is designed that is able to control the uncertain model provided that the uncertainty range of the kinematic equation is present. For each design, the stability of the system is guaranteed using the Lyapunov stability theorem. Finally, in order to compare the performance of the designed controllers, a pre-designed back-stepping controller is introduced and the results will be presented in the form of simulations. The simulation results show the effective performance of the designed controllers.

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on ...-05-06]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

۱- مقدمه

در عالم طبیعت، در صورت جمع شدن چندین عامل فردی بیولوژیکی مانند دسته‌های پرندگان، ماهی‌ها و توده‌های حشرات، یک ازدحام بیولوژیکی شکل می‌گیرد. زیست‌شناسان معتقدند این قبیل فعالیت‌های گروهی دارای مزایای بیشتری نسبت به تلاش‌های فردی در پیدا کردن غذاها، اجتناب از شکار شدن و سهولت در مهاجرت هستند. کاملاً مشخص است که توانایی سنجش، توانایی اجرایی و سطح هوشمندی هر فرد در یک ازدحام کاملاً محدود است و هر فرد فقط می‌تواند برخی از رفتارهای ساده را براساس اطلاعات محلی قابل دست‌یابی انجام دهد. با این حال، با تشکیل مقیاس بزرگی از ازدحام از طریق تعامل محلی و حرکات فردی، گروه می‌تواند بر معایب فردی غلبه کرده و رفتار قدرتمند و پیچیده‌تر ماکروسکوپی (رفتار توده‌ای) از خود نشان دهد [۱].

در حوزه رباتیک، یک سیستم چند عامله شامل دو یا چند ربات است که عامل‌های آن می‌توانند دارای ساختاری مشابه یا متفاوت باشند. افزایش سرعت و بهره‌وری، تطبیق پذیری و انعطاف و کاهش هزینه در توسعه سنسوری تنها بخشی از مزایای سیستم های چندعامله رباتیک نسبت به بهبود عملکرد یک ربات می‌باشد. جنگیدن، امداد و نجات، جستجو، جابجایی اجسام، ردیابی، آنتن‌دهی و موقعیت‌یابی از جمله اهداف مختلفی هستند که می‌توان در آن از سیستم‌های چند رباته استفاده کرد [۳-۱]. در زمینه کنترل همکاری چند رباته، بسته به نوع مسئله، روش‌های مختلفی برای حل آن‌ها مطرح می‌شود که شاخص‌ترین آن‌ها کنترل اجماع [۷-۴]، آرایش [۱، ۲، ۸، ۱۳] و انسداد [۱، ۱۲-۹] است.

در کنترل آرایش منظور از کنترل گروهی، ایجاد فرم‌دهی و حرکت روبات‌ها به صورت یک شکل هندسی مشخص است. برای این کار باید فاصله و زوایای مناسب را بین عامل‌ها به وجود آورد. همچنین تعاملات بین عامل‌ها می‌توانند محلی یا کلی باشند. مسئله آرایش برای انواع سیستم‌های متحرک مطرح می‌شود و دارای رویکردهای مختلفی از جمله رهبر- پیرو، مبتنی بر رفتار و ساختار مجازی است [۱، ۲، ۸، ۱۳].

در رویکرد رهبر- پیرو یک یا چند عامل در نقش مرجع و بقیه به عنوان پیرو عمل می‌کنند. مرجع ،مسیر مشخص و مطلوبی را دنبال می‌کند و عاملهای پیرو باید در فاصله و زاویه مشخصی نسبت به مرجع قرار گیرند. مهمترین عیب این رویکرد این است که ایراد و خطا در رفتار مرجع باعث شکست کل آرایش می‌شود. علاوه بر این در این روش بازخورد (فیدبک) مناسبی به آرایش وجود ندارد [۱۶-۱۴].

در رویکرد مبتنی بر رفتار، ایده اصلی بر پایه تعیین چندین رفتار مطلوب از جمله حفظ آرایش پیش از برخورد با هدف در ردیابی، اجتناب از موانع، تعقیب هدف و ... برای هر عامل است. طراحی کنترل‌کننده برای هر عامل با انتخاب یک میانگین وزنی برای هر رفتار انجام می‌شود. از مزایای این روش این است که می‌تواند به صورت هم‌زمان چندین هدف کنترلی را دنبال کند و بازخورد صریحی به آرایش داشته باشد. ضعف اولیه این روش این است که نمی‌توان رفتار گروهی را به صراحت بیان کرد و ریاضیات آن دشوار است [۱۹-۱۷].

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

در رویکرد ساختار مجازی، آرایش مطلوب به صورت یک ساختار مجازی سفت (صلب) رفتار می‌کند و با هر عامل به صورت ساختار مجازی برخورد می‌شود. در واقع متغیرهای مجازی برای قرار گرفتن عامل‌ها محاسبه شده و متغیرهای عامل‌ها، این متغیرهای مجازی را ردیابی می‌کنند. در واقع عامل‌ها نقاط تعیین شده‌ای را برای رسیدن به آرایش مطلوب دنبال می‌کند. نقطه قوت ساختار مجازی این است که بازخورد به ساختار مجازی است و می‌توان به آرایش دقیق دست یافت. مشکل آن محاسبه ساختار مجازی و پیاده‌سازی نقاط مسیر و همچنین نیازمندی به ارتباطات زیاد است. با این حال در صورت داشتن ارتباطات کافی، رویکرد ساختار مجازی از رویکرد رهبر-پیرو انسجام آرایشی بیشتر و از رویکرد رفتاری پیچیدگی محاسباتی کمتری دارد [۲۱-۲۰].

یکی از انواع روبات‌های پرکاربرد و عملی در حوزه رباتیک،روبات‌های سیار می‌باشند. توسعه دینامیکی که به معنای اضافه کردن یک کنترل‌کننده گشتاور به کنترل سینماتیک است در [۲۲] به منظور کنترل ردیابی ربات‌های سیار موبایل‌ها مورد بررسی قرار گرفت. همچنین قانون کنترل ترکیبی سینماتیک-گشتاور آن با استفاده از روش پسگام یا بازگشت به عقب توسعه یافته است. بعد از آن در مجموعه کارهای [۲۸-۲۳] از ترکیب کنترل سینماتیک – گشتاور برای ایجاد آرایش استفاده شده است. این در حالی است که در [۲۹، ۳۱] فقط کنترل‌کننده سینماتیک به چشم می‌خورد. استفاده از کنترل سینماتیک باعث سادگی محاسباتی می‌شود ولی از نامعینی‌های موجود در معادلات گشتاور سیستم صرف نظر می‌شود.

در [۲۳]، کنترل آرایش رهبر-پیرو با روش بازگشت به عقب برای کنترل چندین ربات سیار غیر هولونومیک استفاده شده که در آن از یک مدل سینماتیک یک به یک رهبر-پیرو استفاده شده است و به‌جای تحلیل در مختصات قطبی مانند اکثر مراجع پیشین، تحلیل در مختصات دکارتی انجام شده است. در مطالعات کنترل آرایش برای سیستم ربات رهبر-پیرو، حالت‌های حرکتی مطلق ربات رهبر برای کنترل پیروان لازم است که ممکن است در برخی از محیط‌ها در دسترس نباشد. نویسندگان در [۲۴] آرایش ربات به صورت رهبر-پیرو را از نظر حرکت نسبی بین ربات‌های رهبر-پیرو، مدل‌سازی و کنترل کردند. علاوه بر این به یک طرح اجتناب از مانع مبتنی بر سنجش حرکت نسبی بین ربات و مانع گسترش دادند. آنها همچنین در [۲۵] شتاب نسبی مرکز و مایل به مرکز بین ربات‌ها را به طور مستقیم با اندازه‌گیری توسط سنسورهای حرکتی نسبی و محلی محاسبه و از آن برای خطی‌سازی معادلات سیستم غیرخطی استفاده کردند. در [۲۶] یک قانون کنترل سینماتیک-گشتاور ترکیبی برای کنترل آرایش ربات سیار غیر هولونومیک با کنترل‌کننده بازگشت به عقب ارائه دادند. سپس ، آن را به ساختار مجازی ارتقا دادند تا به جای استفاده از ربات‌های رهبر واقعی، رهبرهای مجازی دنبال شوند. همچنین آنها در [۲۷] کار خود را توسعه دادند و از یک کنترل‌کننده بازگشت به عقب با ورودی متفاوت استفاده کردند. همچنین با در نظر گرفتن یک شبکه عصبی برای تقریب دینامیک ربات‌های پیرو، در مسیر حرکت آرایش ، مانع قرار داده و قابلیت اجتناب از برخورد آرایش را به اثبات رساندند. یک آرایش تطبیقی بر پایه مشاهده‌گر در [۲۸] ارائه شد که در آن مشاهده‌گر شبکه عصبی دینامیک هر مرجع را برای هر پیرو تخمین می‌زد. در آن برای قانون کنترل از روش مد لغزشی استفاده شد و ربات‌های پیرو، ربات‌های مرجع را بر اساس فاصله و جهت مطلوب دنبال می‌کردند. در [۲۹] فقط از کنترل سینماتیک استفاده شده و این کنترل‌کننده با استفاده از روش بیونرودینامیک ارتقا داده شد تا بتواند سرعت‌های تولیدی کنترل‌کننده در شروع حرکت را صفر کند. در [۳۰] یک ساختار کنترلی پیشنهاد داده شد که ترکیبی از یک مدل خطی‌سازی بازخورد بر اساس یک مدل اسمی سینماتیک، و یک طراحی عملی به صورت ترکیبی از یک روش تطبیقی عصبی غیر مستقیم با کنترل مد لغزشی برای جبران

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

دینامیک ربات بود. در [۳۱] یک خطای ردیابی بین مرجع حقیقی و یک ربات مرجع مجازی تعریف شد و سپس این خطای ردیابی به ساختار کنترل آرایش رهبر -پیرو به منظور تعریف خطای آرایش (خطاهای فاصله و جهت‌گیری) بین رهبر و پیروان تعمیم داده شد. همچنین کنترل‌کننده‌های FSMTC و BFC به ترتیب برای ردیابی مسیر ربات رهبر NMR و کنترل آرایش برای دو پیرو نسبت به رهبر به کار گرفته شد.

کنترل آرایش مبتنی بر ساختار مجازی و رویکرد اجماع را می‌توان در [۳۲] دید. در مرجع [۳۳] برای ایجاد کنترل‌کننده آرایش NMR از ترکیب تئوری‌های مد لغزشی و فازی بر روی معادله دینامیکی استفاده شده است. یک طرح کنترل دو مرحله‌ای شامل کنترل آرایش بر پایه تابع پتانسیل با قابلیت اجتناب از برخورد و همچنین کنترل کشش برای حرکت آرایش ربات‌ها در طول مسیر مورد نظر در مرجع [۳۴] ارائه شد. همچنین در [۳۵]، به بحث ایجاد آرایش بر پایه اجماع ترکیبی برای NMR در حضور یک سیستم خطای ردیابی سرعت متغیر، غیرخطی و متغیر با زمان پرداخته شد که کنترل‌کننده‌های آن شامل تنظیم‌کننده‌های زمان پیوسته و همچنین کنترل‌کننده‌های آرایش بر پایه اجماع بود.

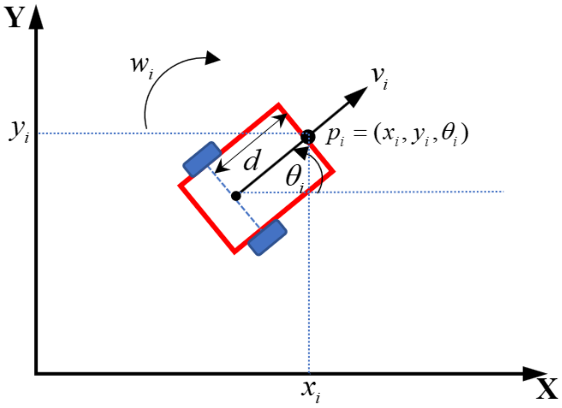
روش کنترل مد لغزشی یک روش شناخته شده و موثر در کنترل سیستم‌های غیرخطی می‌باشد که قابلیت کنترل سیستم در حضور نامعینی را دارد. علاوه بر این، کنترل مد لغزشی از معیار تابع لیاپانوف برای اطمینان از پایداری بهره می‌برد. طبق بررسی های انجام شده در مراجع پیشین، از تئوری کنترل مد لغزشی صرفا برای کنترل رهبر استفاده شده است و برای کنترل آرایش یا به عبارتی پیروها از روش‌های ذکر شده در بالا استفاده شده است. در این مقاله با استفاده از تئوری مد لغزشی، کنترل‌کننده‌هایی برای ایجاد یک آرایش با کنترل معادله سینماتیک سیستم غیر خطی ربات سیار دو چرخ غیر هولونومیک در حضور و عدم حضور نامعینی طراحی می‌شود. در هر طراحی با استفاده از روش لیاپانوف پایداری سیستم حلقه بسته اثبات می‌شود. بعلاوه، سیستم و مدل در نظر گرفته شده در این مقاله با اکثر مراجع دیگر متفاوت و کاملتر می‌باشد. همچنین سعی می‌شود با استفاده از روش‌هایی سرعت رسیدن به حالت ماندگار را افزایش داد، وزوز مد لغزشی را حذف کرد، ناپایداری سیگنال کنترلی را برطرف نمود و اشباع را به سرعت‌ها اعمال کرد.

در ادامه سازماندهی مطالب بدین شکل خواهد بود: در بخش ۲ به مدلسازی و بیان ویژگی‌های سیستم معین و نامعین پرداخته می‌شود. بخش ۳، به معرفی آرایش برای مدل معین می‌پردازد و روابط پیش‌نیاز مابین ربات‌ها بیان می‌شود و دینامیک خطا استخراج می‌شود. سپس در بخش ۴، با استفاده از تئوری کنترل مدلغزشی برای مدل معین آرایش روبات‌ها ایجاد می‌شود. در بخش‌های ۵ و ۶، به ترتیب به استخراج دینامیک خطا و طراحی کنترل کننده مد لغزشی برای آرایش مدل نامعین پرداخته می‌شود. در بخش ۷، تغییراتی برای افزایش کارایی کنترل‌کننده‌ها پیشنهاد می‌شود. در بخش ۸، عملکرد کنترل‌کننده با انجام شبیه‌سازی‌های مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتیجه‌گیری و پیشنهادات برای ادامه تحقیق در بخش ۹ ارائه خواهد شد.

[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]
[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]

۲- مدلسازی و بیان مسئله

ابتدا یک گروه n تایی ربات سیار غیرهولونومیک دو چرخ در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود هر ربات ساختاری یکسان مانند شکل ۱ دارد. برای ربات نوعی i ام در دستگاه مختصات دکارتی OXY، بردار مختصات مکانی $p_i=[x_i,y_i,\theta_i]^T$ تعریف می‌شود؛ به طوری که x_i و y_i به ترتیب نشان‌دهنده‌ی مختصات مکانی جلوی ربات در راستای محور طول سراسری (X) و محور عرض سراسری (Y) است. θ_i زاویه حرکت ربات نسبت به محور طول و d فاصله‌ی نقطه‌ی جلوی ربات و مرکز محور اتصال چرخ‌هاست. همچنین v_i و w_i به ترتیب نشان‌دهنده سرعت خطی و سرعت زاویه‌ای ربات تحت مختصات سراسری هستند.



شکل ۱- شماتیک ربات موبایل غیر هولونومیک در صفحه

در این مدل ربات‌ها نمی‌لغزند و فقط غلتش خالص دارند. برای چنین رباتی قید سینماتیکی به صورت (۱) وجود دارد:

$$\dot{y}_i\cos\theta_i-\dot{x}_i\sin\theta_i=d\dot{\theta}_i \tag{۱}$$

طبق شکل ۱، معادله حرکت ربات را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\dot{p}_i=\begin{bmatrix}\dot{x}_i\\ \dot{y}_i\\ \dot{\theta}_i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\theta_i & -d\sin\theta_i\\ \sin\theta_i & d\cos\theta_i\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_i\\ w_i\end{bmatrix} \tag{۲}$$

در این مدل فرض بر این است که تمامی متغیرها معین هستند. بر اساس [۳۱] معادله‌ی سینماتیک ربات در صورت وجود نامعینی را می‌توان به صورت (۳) بیان کرد:

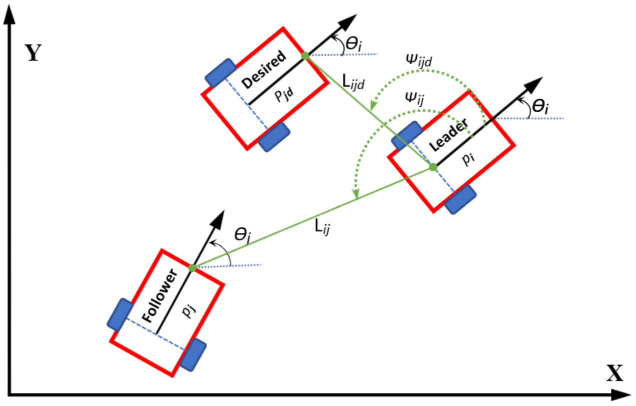
$$\dot{p}_i=\begin{bmatrix}\dot{x}_i\\ \dot{y}_i\\ \dot{\theta}_i\end{bmatrix}=\hat{g}_iu_i+f_i=(\bar{g}_i+g_i)u_i+f_i=\left(\begin{bmatrix}\cos\theta_i & -d\sin\theta_i\\ \sin\theta_i & d\cos\theta_i\\ 0 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}g_{i11} & g_{i12}\\ g_{i21} & g_{i22}\\ 0 & 0\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}v_i\\ w_i\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}f_{i1}\\ f_{i2}\\ 0\end{bmatrix} \tag{۳}$$

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

که در آن بردارهای $\dot{p}_i$ ، u_i و f_i به ترتیب بردار مشتق مختصات مکانی، بردار ورودی کنترلی (سرعت) و بردار نامعینی تزریقی هستند. همچنین $\hat{g}_i$ ، $\overline{g}_i$ و g_i نیز به ترتیب ماتریس ضریب کنترلی کل، ماتریس ضریب کنترلی معین و ماتریس ضریب کنترلی نامعین هستند. در مقایسه با (۲) ، بردار f_i و ماتریس g_i به عنوان بخش نامعینی اضافه شده‌اند. در کل نامعینی به دو شکل ضریب کنترلی نامعین و نامعینی‌های تزریقی وجود دارد. ضریب کنترل نامعین شامل اغتشاش‌های ورودی، منطقه مرده، پس زدن و هیسترزیس است. برای نامعینی تزریقی هم می‌توان به نویز اعمالی به سنسور در سنجش اطلاعات، شرایط زمینی مختلف و دینامیک مدل نشده اشاره کرد.

۳- ساختار آرایش برای مدل معین

در این بخش روابط آرایش برای مدل (۲) نوشته می‌شود. می‌توان برای ایجاد آرایش روابط را به صورت یک به یک برای یک رهبر و یک پیرو نوشت. بر اساس شکل ۲ ربات رهبر i ام در مسیر خود در حال حرکت است. بدین ترتیب برای ایجاد آرایش ربات پیرو j ام باید در موقعیت ربات مجازی jd قرار بگیرد. در واقع باید ربات پیرو را به موقعیت ربات مجازی هدایت کرد.



شکل ۲- استراتژی کنترل آرایش رهبر – پیرو

L_{ij} نشان‌دهنده مقدار فاصله نسبی دو ربات و ψ_{ij} نشان‌دهنده مقدار زاویه یا جهت نسبی آنهاست. همچنین فاصله نسبی مطلوب L_{ijd} و جهت نسبی مطلوب ψ_{ijd} مقادیری ثابت و از پیش تعیین شده هستند. در واقع موقعیت ربات رهبر همواره موجود و مشخص است و با ثابت بودن مقادیر فاصله و جهت نسبی مطلوب، موقعیت ربات مجازی نیز در دسترس است. در نتیجه در اینجا هدف ایجاد یک ردیابی مابین ربات پیرو و مجازی است تا با قرار گرفتن ربات پیرو در موقعیت مطلوب خود (موقعیت ربات مجازی)، آرایش به وجود آید.

می‌توان هدف از این ردیابی را به زبان ریاضی به صورت (۴) بیان کرد:

$$\begin{cases} \lim_{t\to\infty} (L_{ijd} - L_{ij}) = 0 \\ \lim_{t\to\infty} (\psi_{ijd} - \psi_{ij}) = 0 \\ \lim_{t\to\infty} (p_{jd} - p_j) = 0 \end{cases} \quad (۴)$$

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

منظور از p_i ، p_j و p_{jd} به ترتیب مختصات ربات رهبر، پیرو و مجازی است. معادله حرکت ربات پیرو و مجازی مشابه (۲) است. مطابق شکل ۲ مختصات مکانی ربات پیرو براساس فاصله و زاویه نسبت به ربات رهبر به صورت (۵) بیان می‌شود:

$$p_j = \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ \theta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i - d\cos\theta_i + L_{ij}\cos(\psi_{ij}+\theta_i) \\ y_i - d\sin\theta_i + L_{ij}\sin(\psi_{ij}+\theta_i) \\ \theta_j \end{bmatrix} \quad (۵)$$

به صورت مشابه برای ربات مجازی مختصات مکانی تعریف می‌شود:

$$p_{jd} = \begin{bmatrix} x_{jd} \\ y_{jd} \\ \theta_{jd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i - d\cos\theta_i + L_{ijd}\cos(\psi_{ijd}+\theta_i) \\ y_i - d\sin\theta_i + L_{ijd}\sin(\psi_{ijd}+\theta_i) \\ \theta_i \end{bmatrix} \quad (۶)$$

باید توجه داشت مختصات مکانی ربات‌ها مربوط به نقاط جلوی آنهاست. همچنین فاصله نسبی دو ربات (L)، فاصله بین مرکز چرخ‌های ربات مرجع و جلوی ربات پیرو در نظر گرفته می‌شود. بنابراین فاصله مکانی دو ربات شامل دو بخش است؛ یکی بین نقطه‌ی جلویی ربات اول و مرکز چرخ‌های آن و دیگری بین مرکز چرخ اولی و نقطه جلویی ربات دوم.

برای طراحی کنترل‌کننده باید خطای آرایش به‌دست آید. بدین منظور ابتدا باید فاصله نسبی، جهت نسبی و مشتقاتشان محاسبه شوند. فاصله‌ی نسبی L_{ij} را می‌توان در مختصات دکارتی نیز تعریف کرد:

$$L_{ij} = \sqrt{L_{ijx}^2 + L_{ijy}^2} \quad (۷)$$

$$L_{ijx} = x_i - x_j - d\cos\theta_i = L_{ij}\cos(\theta_x) = -L_{ij}\cos(\psi_{ij}+\theta_i) \quad (۸)$$

$$L_{ijy} = y_i - y_j - d\sin\theta_i = L_{ij}\sin(\theta_x) = -L_{ij}\sin(\psi_{ij}+\theta_i) \quad (۹)$$

که در آن ترم L_{ijx} مؤلفه طولی فاصله نسبی و ترم L_{ijy} مؤلفه عرضی فاصله نسبی است. برای محاسبه مشتق فاصله نسبی به مشتقات روابط (۸) و (۹) نیاز است:

$$\dot{L}_{ijx} = \dot{x}_i - \dot{x}_j + d\dot{\theta}_i\sin\theta_i = v_i\cos\theta_i - v_j\cos\theta_j + dw_j\sin\theta_j \quad (۱۰)$$

$$\dot{L}_{ijy} = \dot{y}_i - \dot{y}_j + d\dot{\theta}_i\cos\theta_i = v_i\sin\theta_i - v_j\sin\theta_j - dw_j\cos\theta_j \quad (۱۱)$$

با استفاده از روابط بالا مشتق (۷) محاسبه می‌شود:

$$\dot{L}_{ij} = \left(L_{ijx}\dot{L}_{ijx} + L_{ijy}\dot{L}_{ijy}\right)/L_{ij} = -v_i\cos(\psi_{ij}) + v_j\cos(\gamma_{ij}) + dw_j\sin(\gamma_{ij}) \quad (۱۲)$$

که در آن کمان γ_{ij} تغییر متغیری به صورت زیر است:

$$\gamma_{ij} = \psi_{ij} + \theta_i - \theta_j \quad (۱۳)$$

با توجه به شکل ۲ جهت نسبی به صورت (۱۴) به دست می‌آید:

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

$$\psi_{ij} = \arctan(\frac{L_{ijy}}{L_{ijx}}) - \theta_i + \pi \qquad (۱۴)$$

مشتق جهت نسبی با مشتق‌گیری از (۱۴) و جایگذاری (۱۰) و (۱۱) در آن به دست می‌آید:

$$\dot{\psi}_{ij} = \frac{1}{L_{ij}^2}\left(\dot{L}_{ijy}L_{ijx} - \dot{L}_{ijx}L_{ijy}\right) - w_i = \frac{1}{L_{ij}}\left(v_i \sin\psi_{ij} - v_j \sin\gamma_{ij} + dw_j \cos\gamma_{ij}\right) - w_i \qquad (۱۵)$$

در ادامه به منظور محاسبه خطای آرایش ربات موبایل، فرضیات زیر در نظر گرفته می‌شود:

فرض ۱: هر ربات پیرو دارای سنسوری برای محاسبه فاصله نسبی و جهت نسبی تا مرجعش می‌باشد.

فرض ۲: تمام ربات‌ها مجهز به ادواتی برای محاسبه موقعیت‌های مکانی و سرعت‌های خطی و زاویه‌ای خود هستند.

فرض ۳: فاصله و جهت مطلوب همواره ثابت و از پیش تعیین شده می‌باشد و مشتقات آنها صفر است. به عبارت دیگر $\dot{L}_{ijd} = 0$ و $\dot{\psi}_{ijd} = 0$.

فرض ٤: سرعت زاویه‌ای محدود است. به عبارت دیگر رابطه $-w_{\max} \le w_j \le w_{\max}$ که در آن $w_{\max} > 0$ است، همواره برقرار می‌باشد.

فرض ٥: باید توجه داشت قضیه سرعت زاویه‌ای محدود در مورد سرعت خطی نیز برقرار است.

فرض ٦: هیچ سیستمی یافت نمی‌شود که قادر به تحمل سرعت نامحدود یا ناگهانی باشد. پس باید شتاب سیستم را هم محدود در نظر گرفت. هرچند در اینجا بحث نمی‌شود.

به منظور محاسبه خطای آرایش ربات سیار، باید یک تغییر مختصات از خطای مختصات سراسری به مختصات محلی انجام داد. این تغییر مختصات براساس حاصل ضرب ماتریس تبدیل T در خطای سراسری حالت‌ها است. با توجه به فرضیات بالا و معادلات مطرح شده، خطای آرایش به دست می‌آید:

$$e_{jn} = \begin{bmatrix} e_{j1} \\ e_{j2} \\ e_{j3} \end{bmatrix} = T.e_j = \begin{bmatrix} \cos\theta_j & \sin\theta_j & 0 \\ -\sin\theta_j & \cos\theta_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{jd} - x_j \\ y_{jd} - y_j \\ \theta_{jd} - \theta_j \end{bmatrix} \qquad (۱۶)$$

در اینجا e_j بردار خطای سراسری و e_{jn} خطای محلی است. معادله‌ی بالا با جایگذاری (۵) و (۶) در آن به صورت (۱۷) ساده می‌شود:

$$e_{jn} = \begin{bmatrix} e_{j1} \\ e_{j2} \\ e_{j3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ijd}\cos(\psi_{ijd} + \theta_{ij}) - L_{ij}\cos(\psi_{ij} + \theta_{ij}) \\ L_{ijd}\sin(\psi_{ijd} + \theta_{ij}) - L_{ij}\sin(\psi_{ij} + \theta_{ij}) \\ \theta_{jd} - \theta_j \end{bmatrix} \qquad (۱۷)$$

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

با توجه به فرض ۳ و با مشتق‌گیری از (۱۷)، $\dot{e}_{jn}$ به دست می‌آید:

$$\dot{e}_{jn}=\begin{bmatrix}\dot{e}_{j1}\\ \dot{e}_{j2}\\ \dot{e}_{j3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}v_i\cos\theta_{ij}+w_je_{j2}-v_j-L_{ijd}w_i\sin(\psi_{ijd}+\theta_{ij})\\ v_i\sin\theta_{ij}-w_je_{j1}-dw_j+L_{ijd}w_i\cos(\psi_{ijd}+\theta_{ij})\\ w_{jd}-w_j\end{bmatrix} \quad (۱۸)$$

بر اساس [۲۷]، با توجه به قید محدودیت سینماتیک و همچنین هدف کنترل آرایش فاصله-جهت، زمانی که آرایش درحال چرخش است جهت‌گیری‌های ربات‌ها درآرایش با جهت‌گیری آرایش برابر نخواهد بود. (جهت‌گیری آرایش همان جهت‌گیری رهبر است.) بنابراین نمی‌توان زاویه ربات‌های مجازی و رهبر (گرایش رهبر پیروان) را برابر دانست (یعنی $\theta_{jd}\neq\theta_i$). بنابراین با در نظر گرفتن مشتق گرایش رهبر θ_{jd} به صورت (۱۹)، می‌توان مشتق خطای آرایش را به صورت (۲۰) بازنویسی کرد:

$$w_{jd}=\dot{\theta}_{jd}=\frac{1}{d}(v_i\sin\theta_{ijd}+L_{ijd}w_i\cos(\psi_{ijd}+\theta_{ij})+2k_2e_{j2}) \quad (۱۹)$$

$$\dot{e}_{jn}=\begin{bmatrix}\dot{e}_{j1}\\ \dot{e}_{j2}\\ \dot{e}_{j3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}v_i\cos\theta_{ij}+w_je_{j2}-v_j-L_{ijd}w_i\sin(\psi_{ijd}+\theta_{ij})\\ v_i\sin\theta_{ij}-w_je_{j1}-dw_j+L_{ijd}w_i\cos(\psi_{ijd}+\theta_{ij})\\ \frac{1}{d}[v_i\sin\theta_{ijd}+L_{ijd}w_i\cos(\psi_{ijd}+\theta_{ij})+2k_2e_{j2}]-w_j\end{bmatrix} \quad (۲۰)$$

دلیل متفاوت بودن زاویه نیاز آن به وجود درجه آزادی برای چرخش است. زیرا باید از یک طرف ربات مجازی در فاصله ثابتی نسبت به رهبر باشد و از ، طرف دیگر زاویه جلویی آن بر مسیر حرکتش مماس باشد.

٤- طراحی کنترل‌کننده مدلغزشی برای مدل معین

کنترل‌کننده مدلغزشی (SMC)، از جمله کنترل‌کننده‌های غیرخطی مقاوم است که می‌تواند سیستم را در حضور اغتشاش و نامعینی پایدار کند. در این بخش با توجه به غیر خطی بودن سیستم ربات سیار یک کنترل‌کننده مدلغزشی برای مدل معین طراحی می‌شود. همچنین به منظور مقایسه، یک کنترل‌کننده بازگشت به عقب از مراجع پیشین نیز مطرح می‌شود.

به منظور طراحی کنترل‌کننده مدلغزشی که بتواند معادله (۲۰) را کنترل و خطای (۱۶) را صفر کند، می‌توان معادله (۲۰) را که یک معادله دو ورودی - سه خروجی است را به دو ورودی - دو خروجی تبدیل و سپس از تئوری مدلغزشی برای طراحی کنترل‌کننده استفاده کرد. بدین شکل که دو معادله با هم ترکیب شوند؛ یعنی به‌جای اینکه خطای آرایش به صورت بردار (۲۱) تعریف شود، از بردار (۲۲) استفاده می‌شود:

$$e_{jn}=\left[e_{j1},e_{j2},e_{j3}\right]^T \quad (۲۱)$$

$$e_{jn}=\left[e_d,e_{j3}\right]^T \quad (۲۲)$$

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

به طوری که در آن e_d به صورت (۲۳) تعریف می‌شود:

$$e_d = e_{j1}^2 + e_{j2}^2 \tag{۲۳}$$

صفر شدن خطا در (۲۲) یعنی صفر شدن e_{j3} و e_d. از آنجایی که خطای e_d یک عبارت همواره مثبت است، بر اساس معادله (۲۳) فقط زمانی صفر می‌شود که به‌طور همزمان e_{j1} و e_{j2} صفر شوند. پس اگر بردار خطای آرایش تعریف شده در (۲۲) به صفر همگرا شود، خطای (۲۱) نیز به صفر همگرا شده و هدف کنترل آرایش که صفر شدن خطای آرایش است، برآورده می‌شود. در ادامه با کاهش مرتبه معادلات آرایش، کنترل‌کننده مدلغزشی طراحی می‌شود:

از معادله (۲۳) مشتق خطای e_d به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\dot{e}_d = 2(e_{j1}\dot{e}_{j1} + e_{j2}\dot{e}_{j2}) \tag{۲۴}$$

با جایگذاری (۲۰) در (۲۴)، مشتق خطای آرایش کاهش یافته به صورت (۲۵) در می‌آید:

$$\dot{e}_{jn} = \begin{bmatrix} \dot{e}_d \\ \dot{e}_{j3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2[-e_{j1}v_j - de_{j2}w_j + v_i(e_{j1}\cos\theta_{ij} + e_{j2}\sin\theta_{ij}) \\ +L_{ijd}w_i(e_{j2}\cos(\psi_{ijd}+\theta_{ij}) - e_{j1}\sin(\psi_{ijd}+\theta_{ij}))] \\ \dfrac{1}{d}(v_i\sin\theta_{ijd} + L_{ijd}w_i\cos(\psi_{ijd}+\theta_{ij}) + 2k_2e_{j2}) - w_j \end{bmatrix} \tag{۲۵}$$

همانطور که از (۲۵) مشخص است، اولین معادله وابسته به دو ورودی v_j و w_j است اما در معادله دوم فقط w_j وجود دارد. در این صورت اگر بتوان یک w_j یافت که $\dot{e}_{j3}$ را پایدار کند و سپس بتوان آن را به عنوان یک عبارت معلوم در $\dot{e}_d$ قرار داد، $\dot{e}_d$ نیز تک ورودی شده و بدین ترتیب می‌توان برای هر یک از معادلات (۲۵) به صورت جداگانه کنترل‌کننده طراحی کرد. پس نیاز به دو فرمان کنترل‌کننده مدلغزشی است؛ یکی برای $\dot{e}_d$ که سرعت خطی v_j را تولید کند و دیگری برای $\dot{e}_{j3}$ که سرعت زاویه‌ای w_j را ایجاد کند.

٤-۱- انتخاب سیگنال کنترلی v_j

سطح لغزش انتخابی برای اولین معادله (۲۵) را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت.

$$s_1(t) = e_d(t) \tag{۲۶}$$

مشتق (۲۶) به فرم (۲۷) است:

$$\dot{s}_1(t) = \dot{e}_d(t) = g_1v_j + f_1 \tag{۲۷}$$

که در آن f_1 و g_1 به صورت زیر هستند:

$$f_1 = 2[-de_{j2}w_j + v_i(e_{j1}\cos\theta_{ij} + e_{j2}\sin\theta_{ij}) + L_{ijd}w_i(e_{j2}\cos(\psi_{ijd}+\theta_{ij}) - e_{j1}\sin(\psi_{ijd}+\theta_{ij}))] \tag{۲۸}$$

$$g_1 = -2e_{j1} \tag{۲۹}$$

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

بدین منظور تابع لیاپانوف $V_1 = s_1^2/2$ را در نظر گرفته و سعی می‌شود با شرط لغزش زیر، قانون کنترلی مناسب انتخاب شود:

$$\dot{V}_1 = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}s_1^2) \le -\eta_1 |s_1| \qquad (۳۰)$$

که در آن η_1 یک ثابت مثبت است. در این صورت می‌توان شرط لغزش را به صورت (۳۱) در نظر گرفت:

$$s_1\dot{s}_1 \le -\eta_1 |s_1| \rightarrow \quad \mathrm{sgn}(s_1)\dot{s}_1 \le -\eta_1 \qquad (۳۱)$$

که در آن $\mathrm{sgn}(.)$ تابع علامت است. برقراری شرط (۳۱) تضمین می کند که اگر مسیرها خارج از $s_1(t)$ باشند، آن‌ها در یک زمان محدود $t < |s_1(0)|/\eta_1$ به سطح لغزش خواهند رسید. حال قانون کنترل v_j به صورت (۳۲) در نظر گرفته می‌شود:

$$v_j = \frac{1}{g_1}[-f_1 - k_{s1}\,\mathrm{sgn}(s_1)] \qquad (۳۲)$$

در این صورت با جایگذاری (۳۲) در (۲۷) و برقراری نامساوی (۳۱)، رابطه زیر برای k_{s1} به دست می‌آید:

$$\mathrm{sgn}(s_1)\dot{s}_1 = -k_{s1} \le -\eta_1 \quad \rightarrow \quad k_{s1} \ge \eta_1 \qquad (۳۳)$$

۴-۲- انتخاب سیگنال کنترلی w_j

سطح لغزش مناسب برای کنترل e_{j3} به صورت (۳۴) و مشتق آن به صورت (۳۵) در نظر گرفته می‌شود:

$$s_2(t) = k_p e_{j3}(t) + k_i \int e_{j3}(t)dt \qquad (۳۴)$$

$$\dot{s}_2(t) = k_p \dot{e}_{j3}(t) + k_i e_{j3}(t) \qquad (۳۵)$$

که در آن k_p و k_i به ترتیب ثابت‌های تناسبی و انتگرالی بوده و هر دو مثبت هستند. می‌توان با انتخاب تابع لیاپانوف $V_2 = s_1^2/2$ برای کنترل e_{j3}، به ترتیب مشتق تابع لیاپانوف و سیگنال کنترلی مناسب را به صورت (۳۶) و (۳۷) در نظر گرفت:

$$\dot{V}_2 = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}s_2^2) \le -\eta_2 |s_2| \qquad (۳۶)$$

$$w_j = \frac{1}{g_2}\left[-f_2 - \frac{k_i e_{j3} + k_{s2}\,\mathrm{sgn}(s_2)}{k_p}\right] \qquad (۳۷)$$

که در آن f_2 و g_2 به صورت (۳۸) و(۳۹) می‌باشد:

$$f_2 = \frac{1}{d}\left(v_i \sin\theta_{ijd} + L_{ijd} w_i \cos(\psi_{ijd} + \theta_{ij}) + 2k_2 e_{j2}\right) \qquad (۳۸)$$

$$g_2 = -1 \qquad (۳۹)$$

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

حال شرط لغزش (۳۱) به صورت (۴۰) بازنویسی می‌شود:

$$\operatorname{sgn}(s_2)\dot{s}_2 \le -\eta_2 \tag{۴۰}$$

در این صورت با جایگذاری (۳۶) در شرط لغزش (۴۰) ، شرط (۴۱) می‌تواند مشتق تابع لیاپانوف (۳۶) را منفی کرده و پایداری $\dot{e}_{j3}$ را برآورده کند:

$$\operatorname{sgn}(s_2)\dot{s}_2 = -k_{s2} \le -\eta_2 \quad \rightarrow \quad k_{s2} \ge \eta_2 \tag{۴۱}$$

باید توجه داشت در این بخش مقادیر f_1 ، g_1 ، f_2 و g_2 با استفاده از اندازه‌گیری حسگرها و محاسبات ریاضی معلوم و در دسترس هستند.

۵- ساختار آرایش برای مدل نامعین

در عمل در معادلات سینماتیکی و دینامیکی ربات سیار غیر هولونومیک همواره نامعینی وجود دارد. اگر بتوان نامعینی را به صورت یک محدوده در نظر گرفت، می‌توان با استفاده از خاصیت مقاوم بودن کنترل مدلغزشی پایداری را برقرار کرد. مدل ریاضی سیستم نامعین در (۳) بیان شده است. به منظور سادگی بردار f_i و ماتریس g_i که بخش‌های نامعینی هستند فقط در راستای x و y به سیستم اعمال شده و فرض می‌شود در راستای θ نامعینی وجود ندارد. به صورت قراردادی در اینجا ترم $C\{.\}$ نشان‌دهنده‌ی ترم نامعینی، $C\{x\}$ نشان‌دهنده‌ی ترم نامعینی در معادله x و $D\{.\}$ بیانگر ترم معین است. درنتیجه تمامی معادلات بخش قبل در اینجا به صورت $D\{.\}$ بیان می‌شود. علاوه بر آن باید توجه داشت تمام فرضیات بخش ۳ و همچنین شکل ۲ در اینجا نیز برقرار هستند.

فرض ۷: بر اساس مدل (۳) برای ربات‌های رهبر i و پیرو j نامعینی‌های f_i ، f_j ، g_i و g_j فقط در راستای x و y هستند.

فرض ۸: کمینه و بیشینه‌ی درایه‌های نامعینی‌های f_i ، f_j ، g_i و g_j موجود است.

در این بخش، هدف استفاده از خاصیت کنترل مدل لغزشی در کنترل سیستم‌های غیرخطی نامعین بر اساس کمینه و بیشینه نامعینی‌هاست. بدین منظور، ابتدا با تشکیل معادلات آرایش میزان تغییرات ممکن بر محدوده نامعینی‌های اولیه محاسبه می‌شود. سپس با داشتن محدوده نامعینی‌های معادلات آرایش و با استفاده از تئوری کنترل مدلغزشی، برای سیستم ربات سیار غیر هولونومیک نامعین یک آرایش ایجاد می‌شود.

در اینجا هدف تصحیح معادلات بخش ۳ به منظور یافتن معادلات آرایش سیستم ، براساس معادله سینماتیک سیستم نامعین است. در بخش ۳ تمامی معادلات بدون نامعینی محاسبه شد و در اینجا همان معادلات دوباره با نامعینی به دست می‌آیند. در ابتدا باید فواصل و زوایای شکل گیری را به دست آورد. باید توجه داشت در معادله (۳) نامعینی خود را در مشتق موقعیت نشان داد. درنتیجه

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

تمامی معادلاتی که در آنها از (۳) استفاده شده (تمامی معادلات مشتقی) نامعینی در آن‌ها پدیدار می‌شود. برای شروع $\dot{L}_{ijx}$ بازنویسی می‌شود. براساس (۱۰) می‌توان نوشت:

$$\dot{L}_{ijx} = \dot{x}_i - \dot{x}_j + d\dot{\theta}_i \sin\theta_i = v_i \cos\theta_i - v_j \cos\theta_j + dw_j \sin\theta_j + C\{\dot{L}_{ijx}\} \quad (۴۲)$$

که در آن $C\{\dot{L}_{ijx}\}$ به صورت (۴۳) است:

$$C\{\dot{L}_{ijx}\} = C\{\dot{x}_i\} - C\{\dot{x}_j\} = g_{i11}v_i + g_{i12}w_i - g_{j11}v_j - g_{j12}w_j + f_{i1} - f_{j1} \quad (۴۳)$$

برای $\dot{L}_{ijy}$ از (۱۱) می‌توان نوشت:

$$\dot{L}_{ijy} = \dot{y}_i - \dot{y}_j + d\dot{\theta}_i \cos\theta_i = v_i \sin\theta_i - v_j \sin\theta_j - dw_j \cos\theta_j + C\{\dot{L}_{ijy}\} \quad (۴۴)$$

که $C\{\dot{L}_{ijy}\}$ در آن به صورت (۴۵) است:

$$C\{\dot{L}_{ijy}\} = C\{\dot{x}_i\} - C\{\dot{x}_j\} = g_{i21}v_i + g_{i22}w_i - g_{j21}v_j - g_{j22}w_j + f_{i2} - f_{j2} \quad (۴۵)$$

با داشتن مقادیر $\dot{L}_{ijx}$ و $\dot{L}_{ijy}$ می‌توان مشتقات L_{ij} و ψ_{ij} را محاسبه کرد. برای $\dot{L}_{ij}$ از (۱۰) می‌توان نوشت:

$$\dot{L}_{ij} = -v_i \cos\psi_{ij} + v_j \cos\gamma_{ij} + dw_j \sin\gamma_{ij} + C\{\dot{L}_{ij}\} \quad (۴۶)$$

از (۱۲) می‌توان $C\{\dot{L}_{ij}\}$ را به صورت (۴۷) نوشت:

$$C\{\dot{L}_{ij}\} = \frac{1}{L_{ij}}(L_{ijx}C\{\dot{L}_{ijx}\} + L_{ijy}C\{\dot{L}_{ijy}\}) \quad (۴۷)$$

با جایگذاری (۴۳) و (۴۵) و مرتب‌سازی آن خواهیم داشت:

$$C\{\dot{L}_{ij}\} = \eta_{L1}v_j + \eta_{L2}w_j + \eta_{L3} \quad (۴۸)$$

که ضرایب آن به صورت (۴۹) است:

$$\begin{aligned}
\eta_{L1} &= -\frac{1}{L_{ij}}(L_{ijx}g_{j11} + L_{ijy}g_{j21}) \\
\eta_{L2} &= -\frac{1}{L_{ij}}(L_{ijx}g_{j12} + L_{ijy}g_{j22}) \\
\eta_{L3} &= \frac{1}{L_{ij}}\left[(L_{ijx}g_{i11} + L_{ijy}g_{i21})v_i + (L_{ijx}g_{i12} + L_{ijy}g_{i22})w_i + L_{ijx}f_{i1} - L_{ijx}f_{j1} + L_{ijy}f_{i2} - L_{ijy}f_{j2}\right]
\end{aligned} \quad (۴۹)$$

به طور مشابه برای ψ_{ij} خواهیم داشت:

$$\dot{\psi}_{ij} = \frac{1}{L_{ij}}[(v_i \sin\psi_{ij} - v_j \sin\gamma_{ij} + dw_j \cos\gamma_{ij}) - w_i] + C\{\dot{\psi}_{ij}\} \quad (۵۰)$$

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

که همان معادله (۱۵) به همراه ترم نامعینی است. مقدار $C\{\dot{\psi}_{ij}\}$ را می‌توان به صورت (۵۱) نوشت:

$$C\{\dot{\psi}_{ij}\} = \frac{1}{L_{ij}^2}(L_{ijx}C\{\dot{L}_{ijy}\} - L_{ijy}C\{\dot{L}_{ijx}\}) \quad (۵۱)$$

با جایگذاری (۴۳) و (۴۵) و مرتب‌سازی به فرم (۵۲)خواهد شد:

$$C\{\dot{\psi}_{ij}\} = \eta_{\psi 1}v_j + \eta_{\psi 2}w_j + \eta_{\psi 3} \quad (۵۲)$$

که ضرایب $\eta_{\psi 1}$ و $\eta_{\psi 2}$ و $\eta_{\psi 3}$ به صورت (۵۳) هستند:

$$\begin{aligned}
\eta_{\psi 1} &= \frac{1}{L_{ij}^2}(L_{ijy}g_{j11} - L_{ijx}g_{j21}) \\
\eta_{\psi 2} &= \frac{1}{L_{ij}^2}(L_{ijy}g_{j12} - L_{ijx}g_{j22}) \\
\eta_{\psi 3} &= \frac{1}{L_{ij}^2}[(L_{ijx}g_{i21} - L_{ijy}g_{i11})v_i + (L_{ijx}g_{i22} - L_{ijy}g_{i12})w_i + L_{ijx}f_{i2} - L_{ijx}f_{j2} + L_{ijy}f_{j1} - L_{ijy}f_{i1}]
\end{aligned} \quad (۵۳)$$

درنتیجه با داشتن محدوده درایه‌های f_i ، f_j ، g_i و g_j می‌توان محدوده ضرایب (۴۹) و (۵۳) را محاسبه کرد و درنتیجه حجم تغییرات در (۴۶) و (۵۰) را به دست آورد. حال با داشتن محدوده تغییرات $\dot{L}_{ij}$ و $\dot{\psi}_{ij}$، میزان تغییرات ممکن برای مشتق خطای آرایش محاسبه می‌شود.

برای یافتن مشتق خطای آرایش، باید دوباره از e_{jn} مشتق گرفت تا $\dot{e}_{jn}$ به دست آید. نامعینی فقط در راستای طول و عرض بوده و تغییری در راستای زاویه نخواهیم داشت. در این صورت فرم نامعین (۲۰) به صورت (۵۴) به دست می‌آید:

$$\dot{e}_{jn} = \begin{bmatrix} \dot{e}_{j1} \\ \dot{e}_{j2} \\ \dot{e}_{j3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_i\cos\theta_{ij} + w_j e_{j2} - v_j - L_{ijd}w_i\sin(\psi_{ijd} + \theta_{ij}) + C\{\dot{e}_{j1}\} \\ v_i\sin\theta_{ij} - w_j e_{j1} - dw_j + L_{ijd}w_i\cos(\psi_{ijd} + \theta_{ij}) + C\{\dot{e}_{j2}\} \\ \frac{1}{d}(v_i\sin\theta_{ijd} + L_{ijd}w_i\cos(\psi_{ijd} + \theta_{ij}) + 2k_2 e_{j2}) - w_j \end{bmatrix} \quad (۵۴)$$

$C\{\dot{e}_{j1}\}$با مشتق‌گیری از معادله‌ی (۱۷) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$C\{\dot{e}_{j1}\} = -C\{\dot{L}_{ij}\}\cos(\psi_{ij} + \theta_{ij}) - L_{ij}C\{\dot{\psi}_{ij}\}\sin(\psi_{ij} + \theta_{ij}) \quad (۵۵)$$

با جایگذاری (۴۸) و (۵۲) در (۵۵) فرم کلی $C\{\dot{e}_{j1}\}$ به دست می‌آید:

$$C\{\dot{e}_{j1}\} = \eta_{e11}v_j + \eta_{e12}w_j + \eta_{e13} \quad (۵۶)$$

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

که ضرایب آن به صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned} \eta_{e11} &= -\eta_{L1}\cos(\psi_{ij}+\theta_{ij}) - L_{ij}\eta_{\psi 1}\sin(\psi_{ij}+\theta_{ij}) \\ \eta_{e12} &= -\eta_{L2}\cos(\psi_{ij}+\theta_{ij}) - L_{ij}\eta_{\psi 2}\sin(\psi_{ij}+\theta_{ij}) \\ \eta_{e13} &= -\eta_{L3}\cos(\psi_{ij}+\theta_{ij}) - L_{ij}\eta_{\psi 3}\sin(\psi_{ij}+\theta_{ij}) \end{aligned} \qquad (۵۷)$$

برای محاسبه‌ی $C\{\dot{e}_{j2}\}$ نیز از (۱۷) مشتق گرفته می‌شود:

$$C\{\dot{e}_{j2}\} = L_{ij}C\{\dot{\psi}_{ij}\}\cos(\psi_{ij}+\theta_{ij}) - C\{\dot{L}_{ij}\}\sin(\psi_{ij}+\theta_{ij}) \qquad (۵۸)$$

همچنین با جایگذاری (۴۸) و (۵۲) در (۵۸) فرم کلی $C\{\dot{e}_{j2}\}$ به دست می‌آید:

$$C\{\dot{e}_{j2}\} = \eta_{e21}v_j + \eta_{e22}w_j + \eta_{e23} \qquad (۵۹)$$

که ضرایب موجود در آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \eta_{e21} &= L_{ij}\eta_{\psi 1}\cos(\psi_{ij}+\theta_{ij}) - \eta_{L1}\sin(\psi_{ij}+\theta_{ij}) \\ \eta_{e22} &= L_{ij}\eta_{\psi 2}\cos(\psi_{ij}+\theta_{ij}) - \eta_{L2}\sin(\psi_{ij}+\theta_{ij}) \\ \eta_{e23} &= L_{ij}\eta_{\psi 3}\cos(\psi_{ij}+\theta_{ij}) - \eta_{L3}\sin(\psi_{ij}+\theta_{ij}) \end{aligned} \qquad (۶۰)$$

٦- طراحی کنترل‌کننده مدلغزشی برای مدل نامعین

همانند قبل به منظور طراحی یک کنترل‌کننده مدلغزشی که بتواند معادله (۵۴) را پایدار کند، می‌توان این معادله دو ورودی – سه خروجی را به یک معادله دو ورودی – دو خروجی تبدیل کرده و سپس تئوری مد لغزشی را برای طراحی کنترل‌کننده به کار گرفت. در واقع به جای بردار خطای (۲۱) از بردار خطای (۲۲) استفاده شده و در نتیجه از تعداد معادلات کاسته خواهد شد. با این تغییر ذکر شده، صورت کلی معادله خطای آرایش کاهش یافته به صورت (۶۱) خواهد شد:

$$\dot{e}_{jn} = \begin{bmatrix} \dot{e}_d \\ \dot{e}_{j3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_d + g_d v_j \\ \dfrac{1}{d}(v_i\sin\theta_{ijd} + L_{ijd}w_i\cos(\psi_{ijd}+\theta_{ij}) + 2k_2 e_{j2}) - w_j \end{bmatrix} \qquad (۶۱)$$

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

همچنین توابع f_d و g_d را می‌توان به دو بخش معین و نامعین به صورت زیر تقسیم کرد:

$$\begin{aligned}
&f_d = C\{f_d\} + D\{f_d\} \\
&g_d = C\{g_d\} + D\{g_d\} \\
&C\{f_d\} = 2[(e_{j1}\eta_{e12} + e_{j2}\eta_{e22})w_j + (e_{j1}\eta_{e13} + e_{j2}\eta_{e23})] \\
&C\{g_d\} = 2[e_{j1}\eta_{e11} + e_{j2}\eta_{e21}] \\
&D\{g_d\} = -2e_{j1} \\
&D\{f_d\} = 2[-dw_j + (e_{j1}\cos\theta_{ij} + e_{j2}\sin\theta_{ij})v_i + (\cos(\psi_{ijd} + \theta_{ij}) - \sin(\psi_{ijd} + \theta_{ij}))L_{ijd}w_i]
\end{aligned} \tag{۶۲}$$

کران f_d و g_d با داشتن محدوده f_i ، f_j ، g_i و g_j در مدل سینماتیکی نامعین برای ربات رهبر i و پیرو j و همچنین با استفاده از ضرایب نامعینی به دست آمده در روابط (۴۹)، (۵۳)، (۵۷) و (۶۰) قابل محاسبه هستند.

برای پایدار سازی اولین معادله از (۶۱) می‌توان سطح لغزش (۲۶)، شرط لغزش (۳۱) و تابع لیاپانوف $V_1 = s_1^2/2$ را در نظر گرفت. با توجه به اینکه معادله (۶۱) دارای نامعینی است، قانون کنترل مربوطه به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$v_j = \frac{1}{\hat{g}_d}[-\hat{f}_d - k_{sd}\,\mathrm{sgn}(s_d)] \tag{۶۳}$$

که در آن sgn(.) تابع علامت، $\hat{f}_d$ میانگین حسابی نامعینی f_d و $\hat{g}_d$ میانگین هندسی نامعینی g_d هستند. به منظور تضمین پایداری لیاپانوف، به کمک شرط لغزش (۳۱) و با جایگذاری سطح لغزش (۲۶) و قانون کنترل (۶۳) به سادگی نشان داده می‌شود که باید شرط زیر برقرار باشد:

$$\beta_d(F_d + \eta_d) + \beta_d(\beta_d - 1)\left|\hat{f}_d\right| \le k_{sd} \tag{۶۴}$$

که در آن β_d و F_d به ترتیب حد بهره (Gain Margin) نامعینی g_d و کران بالای نامعینی f_d می‌باشد. در این صورت با داشتن محدوده سیگنال‌های f_d و g_d از بخش قبل، می‌توان k_{sd} مناسب برای قانون کنترل (۶۳) را به گونه‌ای انتخاب کرد که شرط لغزش (۲۶) برقرار شده و سیگنال کنترل v_j پایداری e_d را تضمین کند.

در معادله (۶۱)، w_j موجود در $\dot{e}_{j3}$ تنها ورودی کنترلی بوده و وابسته به v_j نمی‌باشد. علاوه بر آن هیچ نامعینی در $\dot{e}_{j3}$ موجود نیست. درنتیجه کنترل آن به صورت معین بوده و از همان کنترل‌کننده (۳۷) پیشنهادی برای مدل معین استفاده می‌شود.

۷- اصلاح کنترل‌کننده‌های طراحی شده

وجود ترم $-2e_{j1}$ در مخرج سیگنال کنترلی سرعت خطی (۳۲) و (۶۳) بدان معنا است که کاهش خطای e_{j1} باعث تکینگی، افزایش سرعت خطی و ناپایداری سیستم می‌شود. همچنین با فرض محدود بودن سرعت خطی در تناقض است. از طرف دیگر وجود پدیده وزوز در کنترل مدلغزشی است. حتی اگر بخواهیم e_{j1} را به سمت صفر میل دهیم، وجود وزوز باعث تغییر علامت e_{j1} در نزدیکی صفر می‌شود که نتیجه آن افزایش شدید سرعت سیستم است. وزوز هم به خودی خود یک عامل نامطلوب برای سیگنال‌های

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

کنترلی در سیستم‌های عملی است. پس باید تغییراتی در v_j اعمال کرد که هم مشکل نامحدود شدن v_j در صورت کم شدن e_{j1} را حل کند هم مسئله وزوز را حذف کرده و یا کاهش دهد.

یک راه موثر برای رفع مشکل لغزش، استفاده از ضریب متغیر بجای ضریب ثابت است. برای رفع مشکل صفر شدن $g_1 = -2e_{j1}$ هم می‌توان بدون تغییر علامت آن، یک آفست کوچک به آن اضافه کرد. می‌توان این تغییرات برای مدل معین را با استفاده ضرایب تغییر یافته زیر عملی کرد:

$$\begin{aligned} k_{sn1} &= \eta_1 + k_{s1}.\left|e_d\right| \\ k_{sn2} &= \eta_2 + k_{s2}.\left|e_{j3}\right| \\ g_{1n} &= g_1 + k_{g1}\,\mathrm{sgn}(g_1) \end{aligned} \quad (۶۵)$$

که در آن k_{g1} یک ضریب ثابت، مثبت و بسیار کوچک است. ضرایب بالا در ابتدای کار (حالت گذرای اولیه – در خطای بالای یک) باعث افزایش سرعت خطی و زاویه‌ای سیستم شده و با کاهش خطا و با قرار گرفتن سیستم در حالت ماندگار (زمانی که خطا زیر یک است)، ضریب وزوز را به صفر میل می‌دهند. همچنین در g_{1n} نیز ضریب کوچکی هم علامت با g_1 اضافه شده که مانع از صفر شدن مخرج در (۳۲) شود و در عین حال صورت کلی آن را تغییر ندهد.

به طور مشابه برای مدل نامعین نیز می‌توان از k_{sn1} و k_{sn2} استفاده کرد. اما برای جلوگیری از صفر شدن مخرج (۶۳) می‌توان بجای $\hat{g}_d$ از $\hat{g}_{dn}$ زیر استفاده کرد:

$$\hat{g}_{dn} = \mathrm{sgn}(D\{g_d\}).\sqrt{\left|g_{\min}\right|.\left|g_{\max}\right| + k_{gd}} \quad (۶۶)$$

که در آن k_{gd} یک ضریب ثابت، مثبت و بسیار کوچک است. $\hat{g}_{dn}$ نیز هم علامت با بخش حقیقی g_d بوده و صفر نخواهد شد. باید توجه کرد که تمامی عبارت‌های بالا نسبت به عبارت‌های مشابه قبلی آنها تغییر علامت نداده و پایداری اثبات شده پیشین همچنان برقرار است.

۸- شبیه‌سازی و نتایج

به منظور مقایسه نتایج، در کنار کنترل‌کننده‌ی طراحی شده در مدل معین، از یک کنترل‌کننده بازگشت‌به‌عقب یا پسگام (BC) بر اساس مرجع [۲۹] استفاده می‌شود. این کنترل‌کننده شامل دو معادله کنترلی به صورت زیر است:

$$\begin{cases} v_j = k_1 e_{j1} + v_i \cos\theta_{ij} - L_{ijd} w_i \sin(\psi_{ijd} + \theta_{ij}) \\ w_j = \dfrac{1}{d}(v_i \sin\theta_{ijd} + L_{ijd} w_i \cos(\psi_{ijd} + \theta_{ij}) + k_2 e_{j2} + k_3 e_{j3}) \end{cases} \quad (۶۷)$$

که در آن ضرایب k_1 ، k_2 و k_3 ضرایبی ثابت و مثبت هستند.

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

در این بخش نتایج شبیه‌سازی کنترل آرایش برای دو NMR توسط نرم‌افزار MATLAB و برای دو کنترل‌کننده بازگشت–به‌عقب (BC) و کنترل‌کننده مد لغزشی (SMC) طراحی شده بررسی می‌شود. دو سناریو در نظر گرفته می‌شود. در سناریو اول با دو کنترل‌کننده بازگشت به عقب و مد لغزشی، ربات پیرو را حرکت داده و مسیر حرکت، سرعت‌ها و خطاهایشان با هم مقایسه می‌شود. سپس در سناریو دوم به سیستم‌ها نامعینی اضافه شده و با استفاده از کنترل‌کننده مد لغزشی، آرایش ایجاد شده و مسیر حرکت، سرعت‌ها و خطای آرایش ترسیم می‌شود.

طبق فرض ۳ و فرض ۴، سرعت‌های خطی و زاویه‌ای قابلیت حرکت و چرخش بدون محدودیت را ندارند. از آنجایی که این موارد در طراحی کنترل‌کننده‌های مد لغزشی و بازگشت به عقب لحاظ نمی‌شود، در شبیه‌سازی‌ها اشباع را نیز لحاظ کرده و بدون تغییر ساختار های کنترلی فوق الذکر، در برخی از موارد سرعت‌ها را از فیلتر اشباع عبور داده و نتایج با حالت بدون اشباع مقایسه می‌شود.

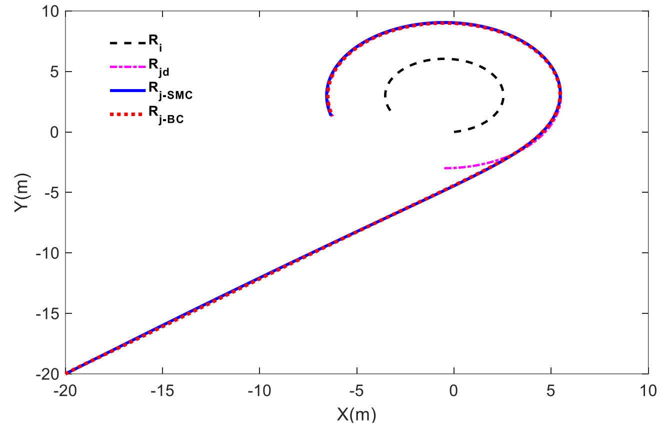
سناریو اول

در این سناریو، ربات‌ها بدون نامعینی فرض می‌شوند و ربات R_j با دو کنترل‌کننده بازگشت به عقب و مد لغزشی کنترل می‌شود. به منظور شبیه‌سازی، دو ربات R_i و R_{jd} به ترتیب به عنوان ربات رهبر و ربات مجازی در نظر گرفته می‌شود. ربات رهبر در شروع حرکت از مکان $p_{i0}=\left[0,0,0\right]^T$، و با سرعت خطی ثابت $v_i=3m/s$ و سرعت زاویه‌ای ثابت $w_i=1rad/s$ شروع به حرکت در یک مسیر دوار می‌کند. فاصله نقطه جلویی تمامی ربات‌ها $d=0.5m$ و ثابت $k_2=2$ است. زاویه اولیه ربات مجازی برای حالتهای بدون و با وجود اشباع به ترتیب $\theta_{jd0}=0.25\pi$ و $\theta_{jd0}=0.2857\pi$ در نظر گرفته می‌شود. هدف از آرایش، قرار گرفتن ربات پیرو در فاصله نسبی $L_{ijd}=3m$ و جهت نسبی $\psi_{ijd}=1.5\pi$ است. زمان نمونه‌گیری $T=0.001\sec$ انتخاب می‌شود. ربات R_j به عنوان ربات پیرو در نظر گرفته می‌شود که باید حرکت آن کنترل شود. برای این ربات مختصات اولیه $p_{j0}=[-20,-20,0.25\pi]^T$ در نظر گرفته می‌شود . برای کنترل‌کننده بازگشت به عقب ، ثابت‌های $k_1=20$ و $k_3=4$ و برای کنترل‌کننده مد لغزشی ثابت‌های $k_p=1$، $k_i=0.5$ انتخاب می‌شود. اشباع سرعت‌ها نیز به صورت $v_{js}=20\ m/s$ و $w_{js}=5\ m/s$ می‌باشد که نشان‌دهنده حداکثر میزان ورودی کنترلی قابل اعمال به سیستم هستند.

همان‌طور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، ربات رهبر R_i در مسیر نشان داده شده به صورت پادساعتگرد شروع به حرکت می‌کند و ربات مجازی R_{jd} به دور آن به حرکت در می‌آید. R_j با کنترل‌کننده‌های بازگشت به عقب و مد لغزشی از مکان (20-,20-) شروع به حرکت کرده و ربات R_{jd} را ردیابی می‌کند. بدین ترتیب ربات R_j یک آرایش با ربات R_i ایجاد می‌کند. مسیر حرکت R_j برای هر دو کنترل کننده به صورت مشابه بوده و تقریبا منطبق هستند.

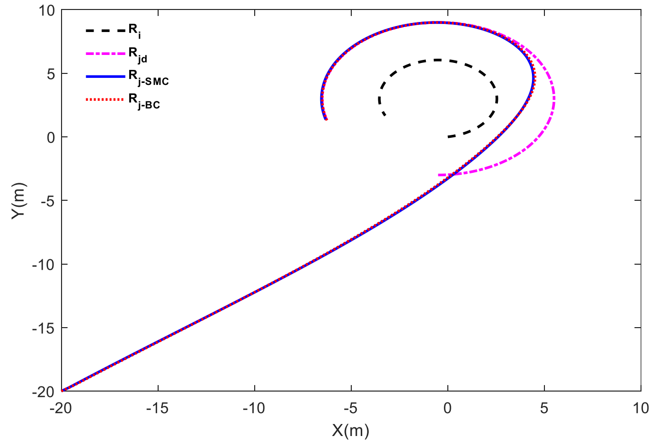
[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]



شکل ۳- مسیر حرکت ربات‌ها در صفحه بدون وجود اشباع برای سناریو اول

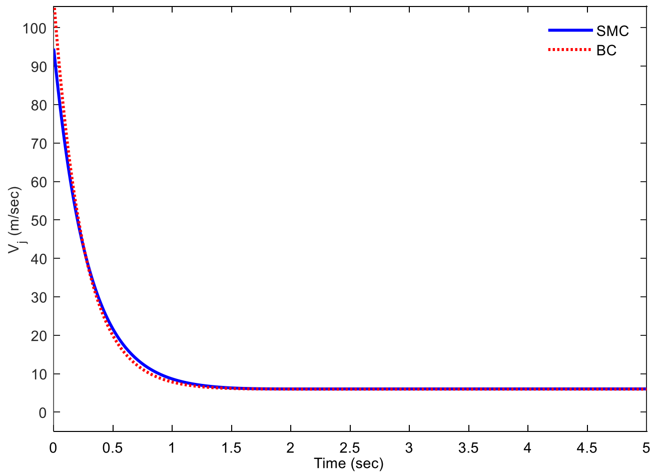
حال برای سرعت‌ها تابع اشباع با مقادیر بیان شده در مقدمه این زیربخش اعمال شده و نتایج بررسی می گردد. شکل ۴ مسیر حرکت را نشان می دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود به علت اعمال اشباع سرعت‌ها، نتایج متفاوت با شکل ۳ است و آرایش دیرتر ایجاد می‌شود، که کاملا طبیعی و منطقی می‌باشد. همچنین مشابه حالت قبل، در این حالت نیز رفتار دو کنترل‌کننده بازگشت به عقب و مد لغزشی مشابه و تقریبا منطبق است.



شکل ۴- مسیر حرکت ربات‌ها در صفحه با وجود اشباع برای سناریو اول

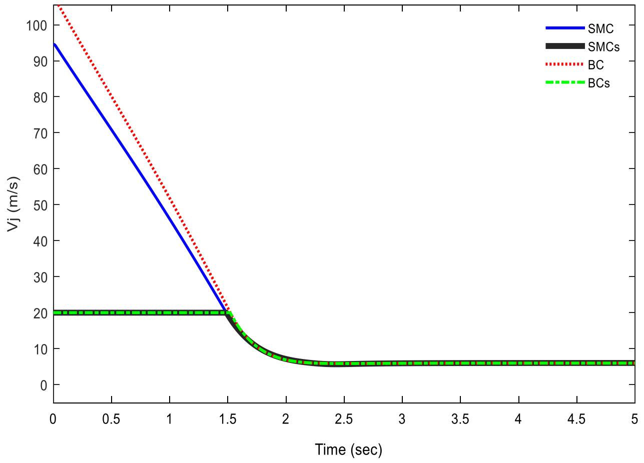
شکل ۵ و شکل ۶، سرعت‌های خطی اعمالی به R_j را به ترتیب برای دو حالت بدون اثر اشباع و با اعمال اشباع نشان می‌دهد. مطابق شکل ۵، اندازه سرعت خطی تولیدی کنترل‌کننده بازگشت‌به‌عقب در شروع حرکت و حتی در ادامه بسیار بیشتر از کنترل‌کننده مد لغزشی می‌باشد؛ به عبارتی انرژی کنترلی تولیدشده توسط کنترل‌کننده بازگشت‌به‌عقب بیشتر می‌باشد.

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]



شکل ۵- سرعت خطی دو کنترل‌کننده بدون وجود اشباع برای سناریو اول

در شکل ۶ سرعت‌های خطی تولیدی دو کنترل‌کننده و سرعت‌های اعمالی به سیستم قبل و بعد از فیلتر اشباع را می‌توان دید. به مدت تقریبا ۱/۵ ثانیه، هر دو کنترل‌کننده، سرعت خطی بیش از ۲۰ متر بر ثانیه ایجاد می‌کنند. در طول این مدت و بعد از عبور از فیلتر، سرعت اعمالی به سیستم ۲۰ خواهد بود و این امر باعث طولانی‌تر شدن روند کنترل نسبت به حالت بدون وجود اشباع (شکل ۵) می‌شود. این امر تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که سرعت خطی تولیدی کمتر از ۲۰ شده و بدون فیلتر به سیستم اعمال شود. مطابق شکل، ورودی کنترلی مد لغزشی زودتر از بازگشت‌به‌عقب به مقدار ۲۰ میرسد که این امر باعث می‌شود حالت گذرا در آن سریع‌تر طی شود.

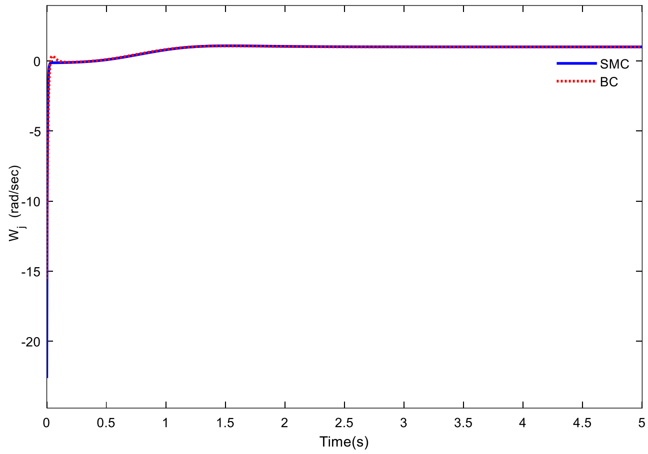


شکل ۶- سرعت خطی دو کنترل‌کننده با وجود اشباع برای سناریو اول

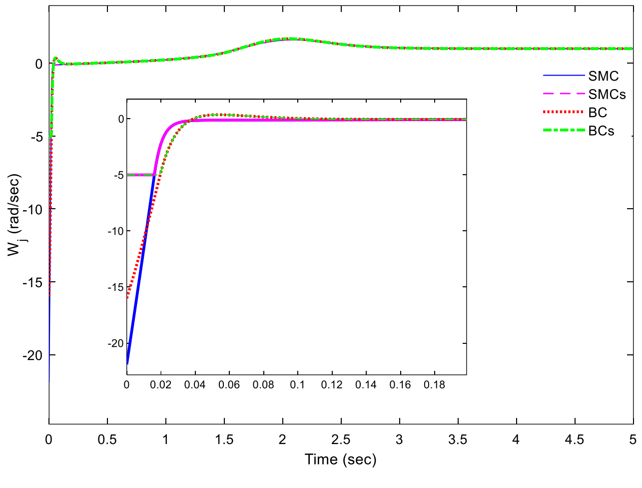
در ادامه، در دو شکل بعدی سرعت زاویه‌ای نمایش داده می‌شود. در شکل ۷ سرعت‌های زاویه‌ای دو کنترل‌کننده مشاهده می‌شوند. بدون اعمال فیلتر اشباع، کنترل‌کننده SMC با سرعت بیشتری شروع به چرخش کرده و زودتر در جهت رسیدن به R_{jd} قرار می‌گیرد . بعد از هم‌جهت شدن ، سرعت تولیدی SMC در صفر حفظ می‌شود در حالی که سرعت BC از صفر بیشتر شده و

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

دوباره به صفر باز می‌گردد. در شکل ۸، سرعت زاویه‌ای در حالت اعمال فیلتر اشباع مشاهده می شود. با اینکه سرعت SMC در شروع چرخش بیشتر است، سریع‌تر از فیلتر اشباع عبور کرده و این امر باعث می‌شود منحنی سرعت BC سریعتر به صفر برسد. با این وجود منحنی سرعت BC از صفر عبور کرده و باز می گردد درحالی که سرعت حرکت SMC نمایی خواهد بود و نوسان در آن مشاهده نمی‌شود. با مقایسه سرعت‌های خطی و زاویه‌ای مشاهده می شود که روش مد لغزشی انرژی کنترلی کمتری برای رسیدن به هدف تولید می کند.



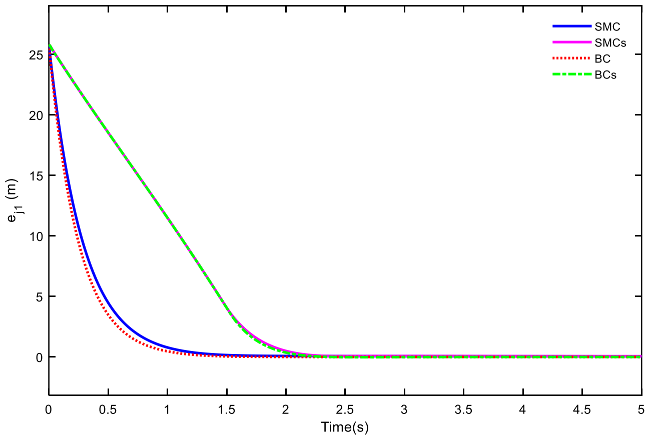
شکل ۷- سرعت زاویه‌ای دو کنترل‌کننده بدون وجود اشباع برای سناریو اول



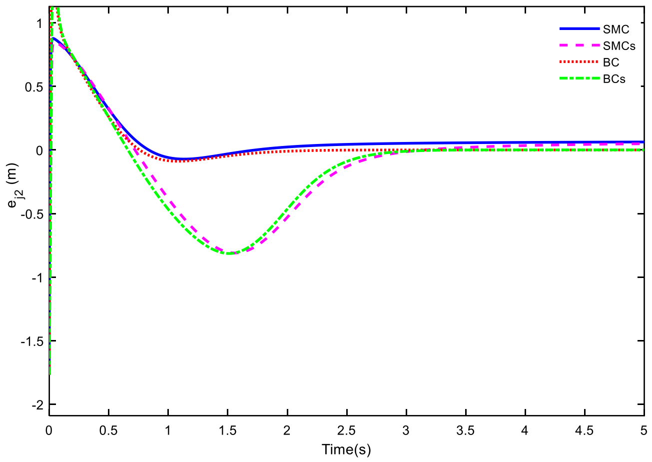
شکل ۸- سرعت زاویه‌ای دو کنترل‌کننده با وجود اشباع برای سناریو اول

در آخر نیز منحنی های خطا برای سناریوی اول در شکل ۹، شکل ۱۰ و شکل ۱۱ نمایش داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می شود منحنی‌های خطا در هر دو روش تفاوت چندانی ندارد.

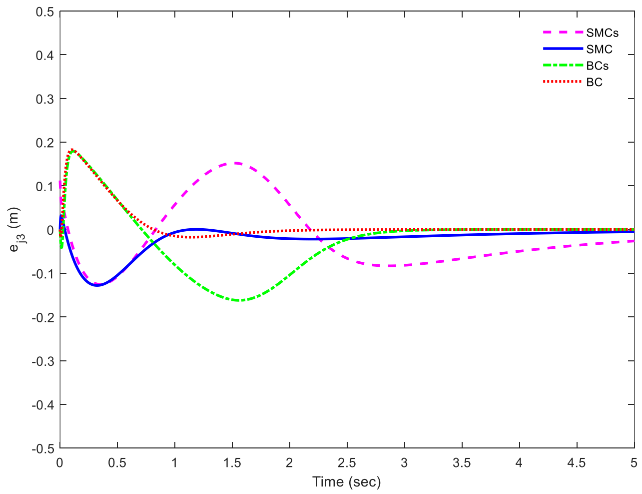
[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]



شکل ۹- خطای e_{j1} هر دو کنترل کننده در حالتهای با و بدون وجود اشباع برای سناریو اول



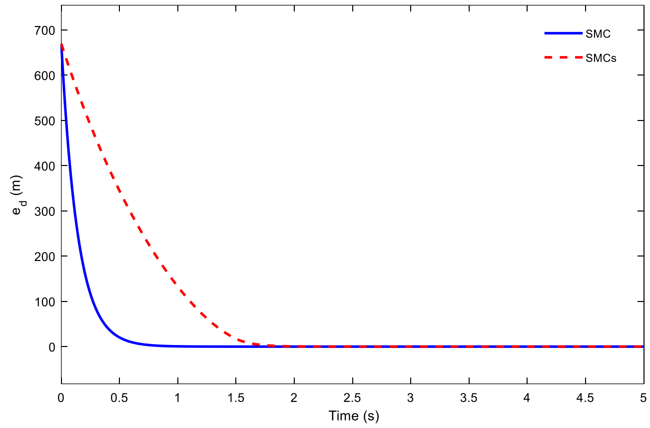
شکل ۱۰– خطای e_{j2} هر دو کنترل کننده در حالتهای با و بدون وجود اشباع برای سناریو اول



شکل ۱۱- خطای e_{j3} هر دو کنترل کننده در حالتهای با و بدون وجود اشباع برای سناریو اول

[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]
[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]

همچنین در شکل ۱۲ منحنی خطای e_d نشان داده شده است. این خطا که مجموع مربعات خطاهای e_{j1} و e_{j2} است، در شروع حرکت عدد زیادی می‌باشد و به مرور زمان کاهش می‌یابد. در این شکل، می‌توان خطا را برای حالت‌های دارای اشباع و بدون اشباع مشاهده کرد. این خطا در طراحی کنترل‌کننده SMC مطرح شده و در BC استفاده نشده است.



شکل ۱۲- خطای e_d کنترل‌کننده مد لغزشی در حالتهای با و بدون وجود اشباع برای سناریو اول

سناریو دوم

در این سناریو فرض می‌شود ربات‌ها دارای نامعینی هستند و نتایج تنها برای کنترل‌کننده مد لغزشی پیشنهادی و در حالت بدون اشباع نشان داده می‌شوند. پارامترهای نامعین موجود در سیستم به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند.

$$f_i=\begin{bmatrix}-0.01\sin(100y_i)\cos(40t)\\0.02\cos(50x_i)\sin(80t)\\0\end{bmatrix},\quad g_i=\begin{bmatrix}g_{i11}&g_{i11}\\g_{i21}&g_{i22}\\0&0\end{bmatrix},\begin{cases}g_{i11}=0.02\cos(2t)-0.05\sin(30t\theta_i)\\g_{i21}=0.01\sin(x_i)-0.04\cos(60t)\\g_{i12}=-0.03\sin(5t)+0.05\cos(100x_i)\\g_{i22}=-0.03\cos(y_i)+0.06\sin(80t\theta_i)\end{cases}$$

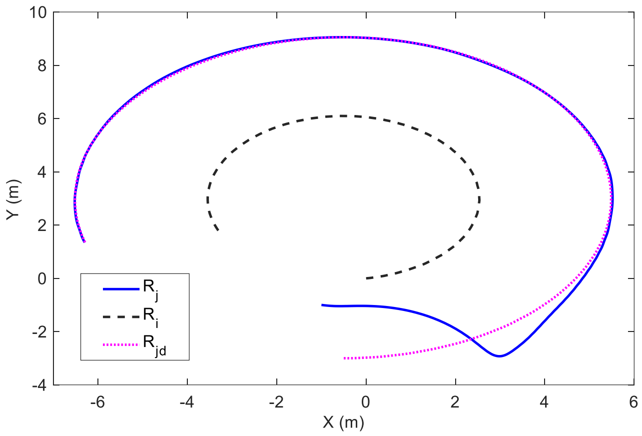
$$f_j=\begin{bmatrix}0.02\sin(40y_j)\cos(30t)\\-0.03\cos(50x_j)\sin(100t)\\0\end{bmatrix},\quad g_j=\begin{bmatrix}g_{j11}&g_{j11}\\g_{j21}&g_{j22}\\0&0\end{bmatrix},\begin{cases}g_{j11}=0.01\cos(2tx_j)-0.03\sin(50x_j)\\g_{j21}=-0.02\sin(0.5x_j)+0.02\cos(\theta_j)\\g_{j12}=-0.05\sin(5t)+0.04\cos(20t)\\g_{j22}=0.01\sin(y_j)+0.01\cos(30\theta_j)\end{cases}$$

مقدار کمینه و بیشینه این پارامترها مشخص است. با استفاده از معادلات داده شده در بخش‌های قبل، مقدار حد بالا و پایین f_d و g_d همچنین میانگین حسابی $\hat{f}_d$ و میانگین شبه هندسی $\hat{g}_{dn}$ قابل محاسبه است. موقعیت مکانی اولیه ربات‌ها ، سرعت خطی و زاویه‌ای رهبر، و ثابت‌های d، k_2، L_{ijd}، ψ_{ijd}، k_p و k_i مطابق سناریوی اول در نظر گرفته می‌شود. همچنین $p_{j0}=[-1,-1,\frac{\pi}{2}]^T$، $\theta_{jd0}=0$، $k_{s1}=6$، $k_{s2}=5$ و $k_{g1}=0.0001$ هستند. در ادامه نتایج شبیه‌سازی ارائه می گردد.

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]

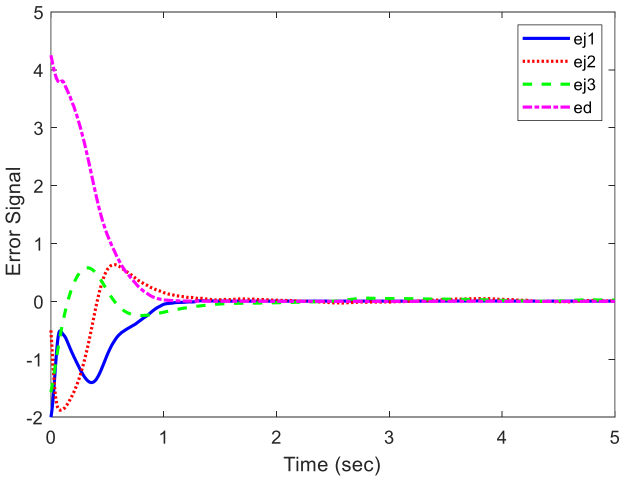
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

همانطور که در شکل ۱۳ می‌توان دید، ربات پیرو به درستی به سمت ربات مجازی (مطلوب) حرکت کرده و بعد از مدت کوتاهی آرایش را به وجود می‌آورد. همچنین این آرایش نسبت به اعمال نامعینی به ربات‌های رهبر و پیرو مقاوم بوده و آرایش از بین نمی‌رود. این موضوع در شکل‌های بعدی به صورت واضح‌تر قابل مشاهده است.



شکل ۱۳– مسیر حرکت ربات‌ها در صفحه با کنترل مد لغزشی برای سناریو دوم

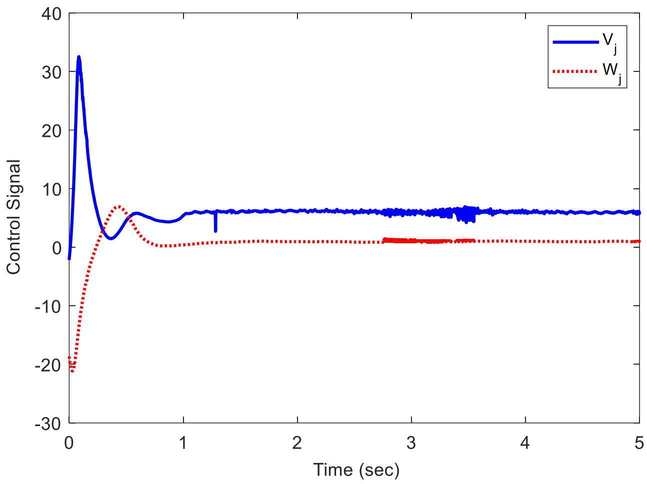
در شکل ۱۴، خطاهای ربات R_j قابل مشاهده است. این خطاها بعد از زمان حدود ۱/۲۶ ثانیه به محدوده زیر ۰/۱ رسیده و در آن مقدار باقی می‌مانند. وجود نامعینی را می‌توان در نوسانات این خطاها دید که توسط کنترل‌کننده مهار شده و اجازه‌ی عبور از محدوده ۰/۱ را نمی‌دهد.



شکل ۱۴– خطاهای ربات R_j با کنترل مد لغزشی برای سناریو دوم

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

در آخر ، در شکل ۱۵ می‌توان سرعت‌های خطی و زاویه‌ای تولیدی توسط SMC نامعین را مشاهده کرد. این نامعینی به صورت اغتشاشاتی در هر دو سرعت قابل مشاهده است. با این وجود کنترل به درستی انجام شده و بعد از یک ثانیه سرعت‌های خطی و زاویه‌ای به ترتیب به مقادیر مطلوب ۶ و ۱ رسیده و در همان مقادیر باقی می‌ماند. گاهی نامعینی باعث ایجاد نوساناتی می‌شود که کنترل نسبت به آنها مقاوم بوده و در نزدیکی مقدار مطلوب خود باقی می‌ماند.



شکل ۱۵– سرعت خطی و زاویه‌ای با کنترل مد لغزشی برای سناریو دوم

۹- نتیجه گیری

در این مقاله به کنترل آرایش بر پایه ساختار مجازی برای سیستم چند عامله شامل ربات‌های سیار غیرهولونومیک پرداخته شد. معادلات آرایش برای هر دو مدل معین و نامعین محاسبه شد و سپس با استفاده از تئوری مدلغزشی، برای هر دو مدل کنترل‌کننده مقاوم مد لغزشی طراحی شد. این کنترل‌ها به صورت غیر متمرکز، ساختار مجازی (ردیابی ربات مجازی) و به صورت زنجیری (یک به یک) بر روی معادلات آرایش انجام شد. همچنین، به منظور مقایسه عملکرد کنترل‌کننده‌های طراحی شده، یک کنترل‌کننده پسگام از قبل طراحی شده معرفی شد و نتایج در قالب شبیه‌سازی ارائه گردید. نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده عملکرد مؤثر کنترل‌کننده های طراحی شده به‌ویژه در اندازه سیگنال کنترل و خطای ردیابی می‌باشد. همچنین چالش و کار بعدی نویسندگان این مقاله، در نظر گرفتن مانع در مسیر حرکت موبایل روبات‌های سیار و سپس طراحی کنترل مد لغزشی برای این سیستم چندعامله می‌باشد.

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

مراجع

1. Dong, Xiwang. Formation and containment control for high-order linear swarm systems. Springer, 2015.
2. Lu, Peifen, He Wang, Fan Zhang, Wenwu Yu, and Guanrong Chen, "Formation control of nonholonomic mobile Rrobots using distributed estimators", IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, vol. 67, no. 12 , pp. 3162-3166, 2020.
3. Dorri, Ali, Salil S. Kanhere, and Raja Jurdak, "Multi-agent systems: A survey", IEEE Access, vol. 6, pp. 28573-28593, 2018.
4. Qian, Yang-Yang, Lu Liu, and Gang Feng, "Output consensus of heterogeneous linear multi-agent systems with adaptive event-triggered control", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 64, no. 6, pp. 2606-2613, 2018.
5. An, Bao-Ran, Guo-Ping Liu, and Chong Tan, "Group consensus control for networked multi-agent systems with communication delays", ISA transactions, vol. 76, pp. 78-87, 2018.
6. Liu, Jian, Yanling Zhang, Yao Yu, and Changyin Sun, "Fixed-time leader–follower consensus of networked nonlinear systems via event/self-triggered control", IEEE transactions on neural networks and learning systems, vol 31, no. 11, pp. 5029-5037, 2020.
7. Aldana-López, Rodrigo, David Gómez-Gutiérrez, Esteban Jiménez-Rodríguez, Juan Diego Sánchez-Torres, and Alexander G. Loukianov, "On predefined-time consensus protocols for dynamic networks", Journal of the Franklin Institute, vol. 357, no. 16, pp. 11880-11899, 2020.
8. Oh, Kwang-Kyo, Myoung-Chul Park, and Hyo-Sung Ahn, "A survey of multi-agent formation control", Automatica, vol. 53, pp. 424-440, 2015.
9. Yang, Yongliang, Hamidreza Modares, Donald C. Wunsch, and Yixin Yin, "Optimal containment control of unknown heterogeneous systems with active leaders", IEEE Transactions on Control Systems Technology 27, no. 3, pp. 1228-1236, 2018.
10. Zhang, Wenbing, Yang Tang, Yurong Liu, and Jürgen Kurths, "Event-triggering containment control for a class of multi-agent networks with fixed and switching topologies", IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers 64, no. 3, pp. 619-629, 2017.
11. Zhang, Dan, Peng Shi, and Li Yu, "Containment control of linear multiagent systems with aperiodic sampling and measurement size reduction", IEEE transactions on neural networks and learning systems, vol. 29, no. 10, pp. 5020-5029, 2018.
12. Jiang, Wei, Guoguang Wen, Zhaoxia Peng, Tingwen Huang, and Ahmed Rahmani, "Fully distributed formation-containment control of heterogeneous linear multiagent systems", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 64, no. 9, pp. 3889-3896, 2018.
13. Oh, Kwang-Kyo, Myoung-Chul Park, and Hyo-Sung Ahn, "A survey of multi-agent formation control," Automatica, vol. 53, pp. 424-440, 2015.
14. Zou, Ying, Changyun Wen, Mao Shan, and Mingyang Guan, "An adaptive control strategy for indoor leader-following of wheeled mobile robot", Journal of the Franklin Institute, vol. 357, no. 4, pp. 2131-2148, 2020.
15. Yang, Ziwen, Shanying Zhu, Cailian Chen, Gang Feng, and Xinping Guan, "Leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots with bearing-only measurements", Journal of the Franklin Institute, vol. 357, no. 3, pp. 1628-1643, 2020.
16. Lin, Jie, Zhiqiang Miao, Hang Zhong, Weixing Peng, Yaonan Wang, and Fierro Rafael, "Adaptive image-based leader-follower formation control of mobile robots with visibility constraints", IEEE Transactions on Industrial Electronics, In press, 2020.

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

17. Balch, Tucker, and Ronald C. Arkin, "Behavior-based formation control for multirobot teams", IEEE transactions on robotics and automation, vol. 14, no. 6, pp. 926-939, 1998.
18. Li, Chunlin, Zhu Liye, Tang Hengliang, and Luo Youlong, "Mobile user behavior based topology formation and optimization in ad hoc mobile cloud", Journal of Systems and Software, vol. 148, pp. 132-147, 2019.
19. Lee, Giroung, and Dongkyoung Chwa, "Decentralized behavior-based formation control of multiple robots considering obstacle avoidance", Intelligent Service Robotics, vol. 11, no. 1, pp. 127-138, 2018.
20. Lewis, M. Anthony, and Kar-Han Tan, "High precision formation control of mobile robots using virtual structures", Autonomous robots, vol. 4, no. 4, pp. 387-403, 1997Abbasi, Y., S. Ali A. Moosavian, and Alireza B. Novinzadeh, "Formation control of aerial robots using virtual structure and new fuzzy-based self-tuning synchronization", Transactions of the Institute of Measurement and Control, vol. 39, no. 12, pp. 1906-1919, 2017.
21. Fierro, Rafael, and Frank L. Lewis, "Control of a nonholomic mobile robot: Backstepping kinematics into dynamics", Journal of robotic systems, vol. 14, no. 3, pp. 149-163, 1997.
22. Li, Xiaohai, Jizong Xiao, and Zijun Cai, "Backstepping based multiple mobile robots formation control", In 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 887-892. IEEE, 2005.
23. Shi-Cai, Liu, Tan Da-Long, and Liu Guang-Jun, "Formation control of mobile robots with active obstacle avoidance", Acta Automatica Sinica, vol. 33, no. 5, pp. 529-535, 2007.
24. Shi-Cai, L. I. U., T. A. N. Da-Long, and L. I. U. Guang-Jun, "Robust leader-follower formation control of mobile robots based on a second order kinematics model", Acta Automatica Sinica, vol. 33, no. 9,pp. 947-955, 2007.
25. Dierks, Travis, and Sarangapani Jagannathan, "Control of nonholonomic mobile robot formations: Backstepping kinematics into dynamics", In 2007 IEEE International Conference on Control Applications, pp. 94-99. IEEE, 2007.
26. Dierks, Travis, and Sarangapani Jagannathan, "Neural network control of mobile robot formations using RISE feedback", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), vol. 39, no. 2, pp. 332-347, 2008.
27. Sun, T., F. Liu, H. Pei, and Y. He, "Observer-based adaptive leader-following formation control for non-holonomic mobile robots", IET Control Theory & Applications, vol. 6, no. 18, pp. 2835-2841, 2012.
28. Peng, Zhaoxia, Guoguang Wen, Ahmed Rahmani, and Yongguang Yu, "Leader–follower formation control of nonholonomic mobile robots based on a bioinspired neurodynamic based approach", Robotics and autonomous systems, vol. 61, no. 9, pp. 988-996, 2013.
29. Rossomando, Francisco G., Carlos Soria, and Ricardo Carelli, "Sliding mode neuro adaptive control in trajectory tracking for mobile robots", Journal of Intelligent & Robotic Systems, vol. 74, no. 3, pp. 931-944, 2014.
30. Wu, Hsiu-Ming, Mansour Karkoub, and Chih-Lyang Hwang, "Mixed fuzzy sliding-mode tracking with backstepping formation control for multi-nonholonomic mobile robots subject to uncertainties", Journal of Intelligent & Robotic Systems, vol. 79, no. 1, pp. 73-86, 2015.
31. Dong, Longfei, Yangzhou Chen, and Xiaojun Qu, "Formation control strategy for nonholonomic intelligent vehicles based on virtual structure and consensus approach", Procedia engineering, vol. 137, no. 8, pp. 415-424, 2016.
32. Chang, Chia-Wen, Cheng-Yuan Yang, and Chin-Wang Tao, "Interval fuzzy sliding-mode formation controller design", Soft Computing, vol. 21, no. 14, pp. 4045-4054, 2017.

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]

33. Kim, Hyun-Su, Jong-Koo Park, Tae-Yong Kuc, Nak Yong Ko, and Yong-Seon Moon, "A formation and traction control design for multiple mobile robots", International Journal of Control, Automation and Systems, vol. 15, no. 3, pp. 1287-1301, 2017.
34. Güzey, Haci Mehmet, Travis Dierks, Sarangapani Jagannathan, and Levent Acar, "Hybrid consensus-based control of nonholonomic mobile robot formation", Journal of Intelligent & Robotic Systems, vol. 88, no. 1, pp. 181-200, 2017.

[Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 2024-05-06]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1402.10.1.1.4]