



دانشگاه صنعتی سهند

DOR:

20.1001.1.23223146.1401.9.2.3.1

نشریه علمی-فصلنامه‌ای غیرخطی در مهندسی برق

دوره ۹ - شماره ۲

پاییز و زمستان ۱۴۰۱

صفحات ۵۱ الی ۸۴

ISSN: 2322-3146

<http://journals.sut.ac.ir/jnsee>

طراحی سیستم فرود خودکار هواپیمای بدون سرنشین بال-ثابت با استفاده از الگوریتم برگشت به عقب و کنترل مود لغزشی بر مبنای رویکرد اغتشاش

مرضیه کاکاوند^۱، علی معرفیان پور^۲ و مهدی سیاهی^۳

^۱کارشناس ارشد، گروه کنترل، دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات، تهران، m.kakavand.control@gmail.com

^۲نویسنده مسئول، استادیار، گروه کنترل، دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات، تهران، moarefian@srbiau.ac.ir

^۳دانشیار، گروه کنترل، دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات، تهران، mehdi.siahi@srbiau.ac.ir

چکیده

واژه‌های کلیدی

هواپیمای بدون سرنشین،
فرود خودکار،
کنترل برگشت به عقب،
کنترل مود لغزشی،
رویکرد اغتشاش.

کنترل هواپیمای بدون سرنشین به علت وزن سبک و توزیع قوی بین حرکت طولی و حرکت جانبی یک مساله دشوار به حساب می‌آید. با توجه به این مساله، در این مقاله یک سیستم فرود خودکار برای یک هواپیمای بدون سرنشین بال-ثابت در معرض اغتشاش باد و عدم قطعیت پارامتری با استفاده از الگوریتم برگشت به عقب و مود لغزشی بر مبنای رویکرد اغتشاش طراحی شده است. دو کنترل کننده بر مبنای الگوریتم برگشت به عقب و مود لغزشی برای پایدارسازی زاویه‌های وضعیتی طراحی شده است. کنترل کننده مربوط به سرعت طولی از تکنیک مود لغزشی بهره می‌برد تا سرعت کل نسبت به زمین را در تمام فازهای فرود در مقدار ثابت مطلوب حفظ کند. برای تخمین اغتشاش حاصل از باد و عدم قطعیت پارامتری، یک رویکرد اغتشاش غیرخطی در ساختار کنترل کننده مود لغزشی در نظر گرفته شده است. سیستم فرود خودکار مقاوم جدید، در محیط نرم‌افزاری پیاده‌سازی و عملکرد آن توسط چندین شبیه‌سازی عددی بررسی شد؛ انحراف جانبی نسبت به باند فرود حذف می‌شود در حالیکه هواپیمای بدون سرنشین، زاویه شیب مسیر را در تمام فازهای فرود در مقدار مطلوب حفظ می‌کند. بنابراین، نتایج شبیه‌سازی-های عددی اثبات می‌کند که ساختار کنترلی جدید با توجه به شرایط اولیه مختلف، انواع مختلف اغتشاش باد (قیچی باد و تندباد گسسته) و عدم قطعیت پارامتری پایدار و مقاوم است.



Sahand University
of Technology

DOR:

[20.1001.1.23223146.1401.9.2.3.1](https://doi.org/10.1001.1.23223146.1401.9.2.3.1)

Journal of Nonlinear
Systems in Electrical
Engineering

Vol.9, No.2

Autumn and Winter 2022

ISSN: 2322 – 3146

<http://journals.sut.ac.ir/jnsee>

Designing of Auto-landing System of Fixed Wing Unmanned Aerial Vehicles using the Backstepping and Disturbance Observer-based Sliding Mode Control

Marzieh Kakavand¹, Ali MoarefianPour² and Mehdi Siahi³

¹MS, Department of Control Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, m.kakavand.control@gmail.com

²**Corresponding Author**, Assistance Prof., Department of Control Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, moarefian@srbiau.ac.ir

³Associate Prof., Department of Control Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, mehdi.siahi@srbiau.ac.ir

ABSTRACT

Keywords

Unmanned Aerial Vehicles,
Automatic Landing,
Backstepping Control,
Sliding Mode control,
Disturbance observer.

The control of unmanned aerial vehicles is a challenging problem due to their lightweight and intense coupling between longitudinal and lateral motions. Considering this issue, in this article, an automatic landing system for a fixed-wing unmanned aircraft subject to wind disturbances and parametric uncertainties is designed using the backstepping algorithm and the disturbance observer-based sliding mode control. Two controllers are designed based on the backstepping algorithm and sliding mode control to stabilize the attitude angles. The longitudinal speed controller uses the sliding mode technique to maintain the total speed relative to the ground at a constant desired value in all landing phases. A nonlinear disturbance-observer is considered in the sliding mode controller structure to estimate wind disturbance and parametric uncertainty. The new robust automatic landing system is implemented matlab software, and its performance is investigated by several numerical simulations; Lateral deviation relative to the runway is eliminated while the unmanned aerial vehicle maintains its desired trajectory slope angle in all phases of the landing at the desired value. Therefore, the results of numerical simulations demonstrate that the new control structure is stable and robust against different initial conditions, different types of wind disturbances (wind shear and discrete gust), and parametric uncertainty

۱- مقدمه

هواپیماهای بدون سرنشین به طور گسترده‌ای به منظور بهبود امنیت، کارایی و تولید در زمینه‌های مختلف نظامی و غیرنظامی (حفاظت از گروه، نظارت، اجرای قانون، کشاورزی و ردیابی حیوانات، پایش جنگل‌ها و نظارت بر ساختمان‌ها و اماکن صنعتی) مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱]. هواپیماهای بدون سرنشین را می‌توان در دو گروه اصلی دسته‌بندی کرد: هواپیمای بال-ثابت و هواپیمای بال-چرخان (چند-پره‌ای) که هر کدام، دارای مزایا و معایب مربوط به خود است؛ هواپیماهای بدون سرنشین بال-ثابت، که پرکاربردترین نوع هواپیماهای بدون سرنشین نیز هستند، می‌توانند فاصله زیادی را در هر ماموریت طی نمایند ولی در مقابل، به فضای زیادی برای فرود و انجام مانور احتیاج دارند.

فرود هواپیما بحرانی‌ترین بخش پرواز به حساب می‌آید؛ آمارها نشان می‌دهد که به علت سرعت و ارتفاع کم در زمان فرود و همچنین وجود اغتشاشات خارجی، وقوع حادثه بیشتر از زمان‌های دیگر محتمل است. بنابراین، فرود خودکار در شرایط سخت جوی یکی از موارد مورد توجه در توسعه هواپیماهای بدون سرنشین است و کنترل وسیله در این بخش از پرواز، هنوز هم از دیدگاه نظری و عملی یک چالش جدی به حساب می‌آید؛ سیستم فرود خودکار نیازمند طراحی و ردیابی دقیق مسیر مطلوب در بخش‌های مختلف فرآیند فرود است. وظیفه هدایت دقیق هواپیمای بدون سرنشین بر عهده سیستم فرود خودکار قرار دارد و در این چارچوب، مقاومت طرح به اغتشاشات خارجی (اغتشاشات حاصل از باد) و عدم قطعیت پارامتری یک مشخصه‌ی مهم در طراحی سیستم مذکور به حساب می‌آید [۲].

با توجه به شرایط حساس فرود، این احتمال وجود دارد که به هواپیمای بدون سرنشین آسیب جدی وارد شود؛ از این رو، قابلیت فرود خودکار امن و دقیق ضروری به نظر می‌رسد و طراحی سیستم‌های کنترل پرواز با عملکرد بالا یک کار چالشی است [۴-۳]. در این زمینه، کارهای تحقیقاتی متعددی به موضوع طراحی سیستم فرود خودکار اختصاص یافته است که از این میان می‌توان به کنترل PID [۳]، کنترل H_2/H_∞ [۲]، وارون دینامیکی [۵]، کنترل پیش‌بین مدل [۶-۷]، برگشت به عقب [۸] و کنترل تطبیقی [۹] اشاره نمود.

در [۴، ۱۰] از ترکیب روش وارون دینامیکی و الگوریتم برگشت به عقب برای طراحی سیستم فرود خودکار یک هواپیمای بدون سرنشین بال-ثابت در حضور اغتشاش باد و خطای حاصل از حسگر استفاده شده است؛ یک رویکرد اغتشاش وظیفه تخمین مولفه‌های سرعت باد و مولفه‌های سرعت خطی هواپیما را بر عهده دارد. در [۱۱] یک کنترل‌کننده برگشت به عقب به همراه یک رویکرد اغتشاش غیرخطی برای کنترل حرکت دوبعدی (حرکت در صفحه طولی) هواپیمای بدون سرنشین بال-ثابت پیشنهاد شده که در آن، زمان نشست خطای ردیابی در مقدار مشخص توسط کاربر قابل تنظیم است. از آنجایی که معادلات حرکت سه بعدی دارای مشخصه غیرخطی شدید و مزدوج و با تعداد درجات آزادی بیشتر است، طراحی یک کنترل هموار در این مورد چالش بزرگ‌تری را به همراه دارد. در کارهای مذکور، فرض می‌شود که مقدار دقیق پارامترهای آیرودینامیکی در دسترس است و بنابراین، میزان مقاومت کنترل‌کننده در برابر تغییرات پارامتری مشخص نیست.

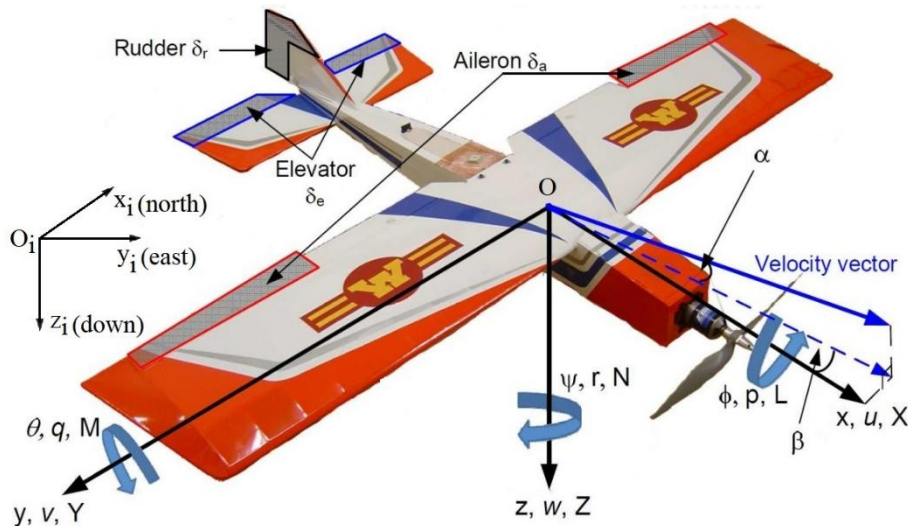
در سال‌های اخیر، پیشرفت‌های مهمی در زمینه سیستم‌های کنترل هوشمند با توجه به رهیافت‌هایی از قبیل منطق فازی [۱۲]، شبکه‌های عصبی [۱۳] و الگوریتم ژنتیک [۱۴] انجام گرفته است. در [۱۵] یک کنترل‌کننده تطبیقی بر مبنای ترکیب روش دینامیک

وارون و شبکه عصبی به منظور طراحی سیستم فرود خودکار مقاوم پیشنهاد شده است؛ در کار مذکور از شبکه عصبی با وزن‌های خطی برای تخمین آنلاین عدم قطعیت دینامیکی بهره گرفته شده است. به علت استفاده از بهره کنترلی ناپیوسته بزرگ برای جبران خطای حاصل از محرک‌ها، چترینگ در سیگنال کنترل می‌تواند به یک مانع جدی برای کاربرد عملی چنین روشی تبدیل شود. در [۱۶] یک کنترل کننده برگشت به عقب برای سیستم فرود خودکار روی عرشه کشتی با زاویه حمله ثابت و عملکرد از پیش تعیین شده در حضور اغتشاشات خارجی و حرکت کشتی حامل پیشنهاد شده است. در کار مذکور از یک رویکرد اغتشاش غیرخطی به منظور تخمین اغتشاشات نامعلوم و از رهیافت فیلتر ورودی‌های فرمان (در الگوریتم برگشت به عقب) به منظور کاهش پیچیدگی محاسبات مربوط به مشتق زمانی سیگنال‌های کنترلی مجازی بهره گرفته شده است. ایراد طرح را می‌توان اینطور عنوان کرد که اغتشاشات خارجی در غالب اجزای مختلف پروفایل باد دسته‌بندی و در مدل دینامیکی مشخص نشده است. در [۱۷] یک الگوریتم مقاوم تطبیقی به منظور تطبیق با شرایط باردهی متغیر در غالب کنترل کننده حلقه داخلی و یک کنترل مود لغزشی تطبیقی به منظور رد اغتشاش حاصل از باد برای حلقه خارجی برای کنترل یک چهارپره مورد استفاده قرار گرفته است؛ در طرح مذکور، همچنان مشکل چترینگ وجود دارد. در [۵] یک سیستم فرود خودکار برای هواپیمای بدون سرنشین بال-ثابت با مرکز جرم متغیر با ترکیب الگوریتم برگشت به عقب و روش دینامیک وارون و یک رویکرد شبکه عصبی برای تخمین اغتشاش باد پیشنهاد شده است. در [۱۸] از شبکه عصبی تابع پایه شعاعی برای بهبود مقاومت کنترل کننده دینامیک وارون نسبت به اغتشاش باد و تغییرات پارامتری در سیستم فرود خودکار هواپیمای بدون سرنشین بال-ثابت استفاده شده است. در [۱۹] یک طرح کنترل حرکت برای هواپیمای بدون سرنشین بال-ثابت با توجه به ترکیب روش دینامیک وارون، شبکه عصبی پیشخور و رویکرد اغتشاش تطبیقی معرفی شده است؛ در این کار، شبکه عصبی برای تخمین دینامیک‌های نامعلوم و رویکرد اغتشاش برای جبران اغتشاشات خارجی و خطای تخمین شبکه عصبی مورد استفاده قرار گرفته است. هرچند که روش‌های هوشمند مذکور از قبیل منطق فازی و شبکه عصبی به نتایج نویدبخشی در طراحی کنترل فرود خودکار منجر شده‌اند، با این وجود، تعداد قوانین فازی و گره‌های عصبی در این روش‌ها برای حصول دقت و مقاومت مطلوب بایستی بزرگ انتخاب شوند و در نتیجه به علت روند تصمیم‌گیری پیچیده، بار محاسباتی زیادی را به سخت‌افزار کنترلی وارد می‌کنند. همچنین، اثبات پایداری طرح‌های مذکور با دشواری بیشتری همراه است.

به منظور رفع مشکلات مذکور، در این پژوهش یک الگوریتم مقاوم با استفاده از روش برگشت به عقب و کنترل مود لغزشی بر مبنای رویکرد اغتشاش غیرخطی برای سیستم فرود خودکار یک هواپیمای بدون سرنشین بال-ثابت فوق سبک در حضور اغتشاش باد و عدم قطعیت پارامتری پیشنهاد شده است؛ الگوریتم برگشت به عقب و مود لغزشی به عنوان سیستم کنترل وضعیت برای کنترل زاویه‌های رول، پیچ و یاو و کنترل مود لغزشی به عنوان سیستم کنترل نیروی پیشران در نظر گرفته شده است. رویکرد اغتشاش غیرخطی وظیفه تخمین اغتشاش باد و عدم قطعیت پارامتری به منظور جبران اثر آنها روی سیستم کنترل و سیستم هدایت را بر عهده دارد. کنترل کننده وضعیت از ساختار دو حلقه‌ای سلسله‌مراتبی بهره می‌برد: در حلقه بیرونی، نرخ رول، نرخ یاو و نرخ پیچ مطلوب توسط یک کنترل کننده برگشت به عقب و با توجه به زاویه‌های اولر مطلوب حاصل از سیستم هدایت محاسبه می‌شود و حلقه‌ی درونی با استفاده از کنترل کننده مود لغزشی بر مبنای رویکرد اغتشاش، مقادیر سرعت مطلوب را ردیابی می‌کند. کنترل کننده نیروی پیشران از یک حلقه کنترل مود لغزشی به همراه یک رویکرد اغتشاش بهره می‌برد. به این ترتیب، با وجود ایجاد مشخصه مقاوم، اثر چترینگ در سیگنال کنترلی حذف خواهد شد. نقاط برجسته پژوهش در ادامه فهرست شده است:

- بر خلاف کارهای [۴،۵،۸،۱۰،۱۱] که تنها اغتشاش حاصل از باد در آن لحاظ شده است، مشخصه مقاوم کنترل پیشنهادی علاوه بر اغتشاش حاصل از باد، نسبت به عدم قطعیت پارامتری نیز مورد بررسی قرار می گیرد.
- بر خلاف کارهای [۱۵،۱۷] که بهره کنترلی ناپیوسته سبب ایجاد چترینگ در سیگنال کنترل می شود، استفاده از رویکرد اغتشاش پیشنهادی در ساختار کنترل مود لغزشی می تواند نیاز به جمله ناپیوسته را به منظور جبران اثر عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش خارجی برطرف کند.
- بر خلاف کارهایی از قبیل [۱۱] که بر مبنای جداسازی دینامیک های صفحه طولی و عرضی هواپیما قرار دارند، دینامیک های هر دو صفحه برای طراحی سیستم کنترل فرود پیشنهادی در معادلات حرکت گنجانده شده است.
- بر خلاف طرح های بر مبنای الگوریتم های هوشمند [۱۲،۱۵،۱۸،۱۹]، کنترل پیشنهادی دارای مزایایی از قبیل سادگی ساختار و بار محاسباتی کم است. با این وجود، به لطف جبران سازی کارآمد رویکرد اغتشاش غیرخطی، مشخصه مقاومت عالی نسبت به اغتشاش خارجی و عدم قطعیت پارامتری حاصل می شود.

ادامه مقاله اینطور تقسیم بندی شده است: در بخش دوم به مدل سازی دینامیکی هواپیمای بدون سرنشین بال-ثابت پرداخته شده است. اغتشاش حاصل از باد در مدل های دینامیک انتقالی و سینماتیک انتقالی وارد می شود. طراحی قانون هدایت به منظور تولید زوایای اولر مطلوب در بخش سوم آورده شده است. بخش چهارم به طراحی قانون کنترل مقاوم برای سیستم فرود خودکار هواپیمای بال-ثابت اختصاص دارد. شبیه سازی سیستم کنترل فرود خودکار و تحلیل نتایج در بخش پنجم آورده شده است. تحلیل نتایج در دو گروه شبیه سازی عملکرد نامی و شبیه سازی عملکرد مقاوم انجام می گیرد. در پایان، نتیجه گیری در بخش ششم گنجانده شده است.



شکل ۱. نیروها و گشتاورها در چارچوب بدنه هواپیما.

۲- مدل سازی هواپیمای بال-ثابت

در این بخش، مدل هواپیمای بدون سرنشین بال-ثابت ارائه می شود. ساختار فیزیکی هواپیما در شکل ۱ نشان داده شده است. هواپیما دارای یک دم افقی و عمودی متداول به همراه سه سطح کنترلی بالابرا، سکان^۲ و شه پر^۳ است. سیستم پیشران با استفاده از یک موتور الکتریکی جریان-مستقیم، یک پروانه را به چرخش در می آورد. پارامترهای مهم مربوط به فیزیک هواپیما در جدول ۱ خلاصه شده است.

جدول ۱. پارامترهای فیزیکی هواپیمای بال-ثابت.

پارامتر	توصیف	مقدار
S	سطح بال	0.32 m^2
b	دهانه یا طول بال	1.2 m
c	وتر متوسط ایرودینامیکی بال	0.3 m
m	وزن	1.7 kg
AR	نسبت b به c	2

مدل دینامیکی یک هواپیما به طور متداول با استفاده از معادلات شش درجه آزادی توصیف می شود که از معادلات نیرو X ، Y و Z و معادلات گشتاور M ، L و N به دست می آیند. دو چارچوب مختصات برای توصیف معادلات مورد استفاده قرار می گیرد: $O_i x_i y_i z_i$ چارچوب مختصات زمین که مبدا آن در یک نقطه ثابت روی زمین و محورهای آن به سوی شمال، شرق و پایین قرار دارد و چارچوب مختصات بدنه $Oxyz$ (Ox - محور طولی هواپیما، Oy - محور جانبی هواپیما به سمت راست و Oz - محور عمود بر صفحه Oxy به سمت پایین). در شکل ۱ می توان نیروها و گشتاورهای تاثیرگذار روی بدنه هواپیما و همچنین چارچوبهای مختصات را مشاهده نمود.

۲-۱- معادلات دینامیکی بدون اغتشاش باد

مجموع نیروها در راستای محورهای x ، y و z بدنه ی هواپیما به معادلات حالت سرعت خطی در (۱) ختم می شوند:

$$\begin{cases} \dot{u} = rv - qw + \frac{PaS}{m} C_X - g \sin\theta + \frac{T_{max}}{m} \delta_t \\ \dot{v} = pw - ru + \frac{PaS}{m} C_Y - g \cos\theta \sin\phi \\ \dot{w} = qu - pv + \frac{PaS}{m} C_Z - g \cos\theta \cos\phi \end{cases} \quad (1)$$

که در آن u (m/s)، v (m/s) و w (m/s) مولفه های سرعت خطی در چارچوب بدنه، p (rad/s)، q (rad/s) و r (rad/s) نرخ های زاویه ای در چارچوب بدنه، ϕ (rad)، θ (rad) و ψ (rad) زوایای اولر (رول، پیچ و یاو) و $P_a = \rho V_a / 2$ (Pa) فشار دینامیکی هواپیما (تابعی از سرعت کل هواپیما نسبت به هوای اطراف $V_a = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$)، ρ

^۱ Elevator

^۲ Rudder

^۳ Aileron

چگالی هوا، g شتاب گرانش، T_{max} مقدار بیشینه نیروی پیشران ($30 N$) و δ_t ورودی کنترلی پیشران است که در بازه 0 تا 1 تغییر می کند با این فرض که نیروی پیشران به طور خطی با ورودی کنترلی مربوطه تغییر می کند. C_X ، C_Y و C_Z ضرایب نیروهای ایرودینامیکی بدون بعد هستند که طبق

(۲) محاسبه می شوند:

$$\begin{cases} C_X = C_L \sin \alpha - C_D \cos \alpha \\ C_Z = -C_L \cos \alpha - C_D \sin \alpha \\ C_Y = C_{Y\beta} \beta + C_{Y\delta_r} \delta_r + \frac{b}{2V_a} (C_{Y_p} p + C_{Y_r} r) \end{cases} \quad (2)$$

که در آن δ_r ورودی کنترلی سکان و ضرایب ایرودینامیکی مورد استفاده در مدل سازی در جدول ۲ آورده شده است؛ α (rad) و β (rad) به ترتیب زاویه حمله^۱ و زاویه لغزش جانبی^۲ هواپیما است:

$$\begin{cases} \alpha = \text{atan}(w/u) \\ \beta = \text{asin}(v/V_a) \end{cases} \quad (3)$$

جدول ۲. ضرایب ایرودینامیکی هواپیما.

گشتاور یاو	گشتاور پیچ	گشتاور رول	نیروی جانبی	نیروی پَسار	نیروی برآر
$c_{n\beta} = .0344$	$c_{m_0} = .135$	$c_{l\beta} = -.04$	$C_{Y\beta} = -.83$	$C_{D_0} = .0434$	$C_{L_0} = .23$
$c_{n\delta_r} = -.0345$	$c_{m_\alpha} = -1.5$	$c_{l\delta_r} = .0168$	$C_{Y\delta_r} = .391$	$C_{D\delta_e} = .135$	$C_{L\alpha} = 4.81$
$c_{n_p} = -.075$	$c_{m\delta_e} = -1.13$	$c_{l_p} = -.414$	$C_{Y_p} = 0$	$C_{D\delta_r} = .0303$	$C_{L\dot{\alpha}} = 2.07$
$c_{n_r} = -.411$	$c_{m\dot{\alpha}} = -10.4$	$c_{l_r} = .399$	$C_{Y_r} = 0$		$C_{L_q} = 8.35$
	$c_{m_q} = -50.8$	$c_{l\delta_a} = .0677$			$C_{L_{min}} = .23$

نیروهای ایرودینامیکی در راستای محورهای x ، y و z بدنه‌ی هواپیما طبق (۴) به دست می آیند:

$$\begin{cases} X = P_d S C_X \\ Y = P_d S C_Y \\ Z = P_d S C_Z \end{cases} \quad (4)$$

ضرایب برآر^۳ C_L و پَسار^۴ C_D توابعی از زوایای ایرودینامیکی، هندسه‌ی هواپیما، انحراف سطوح کنترلی و غیره هستند:

$$\begin{cases} C_L = C_{L_0} + C_{L\alpha} \alpha + C_{L\delta_e} \delta_e + \frac{c}{2V_a} (C_{L\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + C_{L_q} q) \\ C_D = C_{D_0} + C_{D\delta_e} \delta_e + C_{D\delta_r} \delta_r + \frac{(C_L - C_{L_{min}})}{\pi \cdot e \cdot AR} \end{cases} \quad (5)$$

Angle of attack ^۱
 Side-slip angle ^۲
 Lift ^۳
 Drag ^۴

که در آن δ_e ورودی کنترلی بالابر، e ضریب بازده و AR نسبت دهانه بال b به وتر متوسط ایرودینامیکی بال c است.

با توجه به گشتاورهای حول مرکز ایرودینامیکی هواپیما، معادلات نرخ زاویه‌ای طبق (۶) محاسبه می‌شوند:

$$\begin{cases} \dot{p} - \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \dot{r} = \frac{P_d S b}{I_{xx}} c_l - \frac{I_{zz} - I_{yy}}{I_{xx}} q r + \frac{I_{xz}}{I_{xx}} q p \\ \dot{q} = \frac{P_d S \bar{c}}{I_{yy}} c_m - \frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{yy}} p r - \frac{I_{xz}}{I_{yy}} (p^2 - r^2) \\ \dot{r} - \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \dot{p} = \frac{P_d S b}{I_{zz}} c_n - \frac{I_{yy} - I_{xx}}{I_{zz}} p q - \frac{I_{xz}}{I_{zz}} q r \end{cases} \quad (6)$$

که در آن I_{xx} ، I_{yy} ، I_{zz} و I_{xz} ضرایب ممان اینرسی هواپیما به واحد kgm^2 و c_l ، c_m و c_n ضرایب ایرودینامیکی بدون بعد هستند:

$$\begin{cases} c_l = c_{l\beta} \beta + c_{l\delta_a} \delta_a + c_{l\delta_r} \delta_r + \frac{b}{2V_a} (c_{lp} p + c_{lr} r) \\ c_m = c_{m_0} + c_{m\alpha} \alpha + c_{m\delta_e} \delta_e + \frac{c}{2V_a} (c_{m\alpha} \dot{\alpha} + c_{mq} q) \\ c_n = c_{n\beta} \beta + c_{n\delta_a} \delta_a + c_{n\delta_r} \delta_r + \frac{b}{2V_a} (c_{np} p + c_{nr} r) \end{cases} \quad (7)$$

گشتاورهای حول محورهای x ، y و z بدنه‌ی هواپیما طبق (۸) تعیین می‌شوند:

$$\begin{cases} L = P_d S b c_l \\ M = P_d S b c_m \\ N = P_d S b c_n \end{cases} \quad (8)$$

نرخ‌های زاویه‌ای در چارچوب بدنه p ، q و r ، زوایای اولر ϕ ، θ و ψ و زوایای ایرودینامیک α ، β و γ توسط معادلات

سینماتیک حرکت چرخشی هواپیما در (۹) بهم مربوط می‌شوند:

$$\begin{cases} \dot{\phi} = p + \tan\theta (q \sin\phi + r \cos\phi) \\ \dot{\theta} = q \cos\phi - r \sin\phi \\ \dot{\psi} = \frac{q \sin\phi + r \cos\phi}{\cos\theta} \\ \theta = \gamma + \alpha \cos\phi + \beta \sin\phi \end{cases} \quad (9)$$

که در آن γ (rad) زاویه شیب مسیر است.

معادلات سینماتیک حرکت انتقالی هواپیما طبق (۱۰) محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{X}_i = u \cos\theta \cos\psi + v (\sin\phi \sin\theta \cos\psi - \cos\phi \sin\psi) \\ \quad + w (\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi) \\ \dot{Y}_i = u \cos\theta \sin\psi + v (\sin\phi \sin\theta \sin\psi + \cos\phi \cos\psi) \\ \quad + w (\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi) \\ \dot{H}_i = u \sin\theta - v \sin\phi \cos\theta - w \cos\phi \cos\theta \end{cases} \quad (10)$$

که در آن H_i ارتفاع هواپیما، Y_i انحراف جانبی هواپیما نسبت به باند فرود و X_i جابجایی افقی است.

۲-۲- مدل سازی باد

باد با تاثیر روی وضعیت و سرعت هواپیما در غالب ورودی اغتشاش عمل می کند. توصیف تاثیرات باد از دیدگاه کمی و بررسی سیستم کنترل فرود خودکار در شرایط جوی همراه با وزش باد در مراحل طراحی و آزمایش دارای اهمیت ویژه ای است. بنابراین، مهم ترین اغتشاشات باد به نام های قیچی باد^۱ و تندباد گسسته^۲ در این مقاله در نظر گرفته می شوند. برآیند اغتشاشات باد روی هواپیما با (۱۱) توصیف می شود:

$$W = W_1 + W_2 \quad (11)$$

که در آن $W_1 = [W_{1x} \ W_{1y} \ W_{1z}]^T$ بردار سرعت قیچی باد در چارچوب بدنه هواپیما و $W_2 = [W_{2x} \ W_{2y} \ W_{2z}]^T$ بردار سرعت مربوط به تندباد است.

اغتشاش قیچی باد شامل تغییرات محلی بزرگ در مولفه های سرعت باد می شود و به علت وزن کم و سرعت پایین هواپیما حین فرود، تاثیر زیادی روی دقت سیستم فرود بر جای می گذارد. وجود اغتشاش قیچی باد می تواند از عوامل مختلف جوی و جغرافیایی ناشی شود و مقدار متوسط آن با (۱۲) قابل محاسبه است:

$$W_1 = W_{20} \frac{\ln(H_i/z_0)}{\ln(6.096/z_0)}, 1 \text{ m} < H_i < 300 \text{ m} \quad (12)$$

که در آن W_{20} سرعت باد در ارتفاع (6.096 m) 20 ft ، H_i ارتفاع هواپیما و z_0 با توجه به فاز پرواز تعیین می شود. در سیمولینک متلب، خروجی بلوک مدل قیچی باد (متوسط قیچی باد در چارچوب بدنه) به ماتریس دوران از چارچوب زمین به چارچوب بدنه (L_{bi}) در رابطه (۱۷) نیز بستگی دارد زیرا خروجی مدل بایستی از چارچوب زمین به چارچوب بدنه تبدیل شود.

مدل تندباد گسسته از پیاده سازی یک شکل کسینوسی استاندارد بهره می برد و در سیمولینک متلب توسط بلوک مدل تندباد گسسته طبق (۱۳) به دست می آید:

$$W_2 = \begin{cases} 0 & X < 0 \\ \frac{W_m}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi X}{d_m}\right) & 0 \leq X \leq d_m \\ W_m & X > d_m \end{cases} \quad (13)$$

که در آن W_m مقدار تندباد، d_m طول تندباد و X مسافت طی شده است.

با توجه به اینکه در شرایط واقعی پرواز هواپیمای بدون سرنشین، مقادیر قیچی باد و تندباد از طریق سنسور در دسترس نیستند، می توان آنها را به عنوان اغتشاشات غیرخطی در نظر گرفت؛ به منظور تخمین این اغتشاشات خارجی و حذف اثرات منفی آنها در این مقاله، یک رویکرد اغتشاش غیرخطی در ساختار سیستم فرود خودکار گنجانده می شود.

¹ Wind shear

² Discrete wind gust

۲-۳- معادلات دینامیکی به همراه اغتشاش باد

با وجود مشخصه‌ی غیرخطی، تبدیلات بین چارچوب‌های مرجع و وابستگی بین نیروها و گشتاورهای دارای عدم قطعیت، کنترل دینامیک‌های هواپیمای بدون سرنشین یک مساله‌ی چالشی به حساب می‌آید. با توجه به اینکه در شرایط واقعی، هواپیمای بدون سرنشین در معرض اغتشاشات محیطی از قبیل باد قرار دارد، تحلیل چگونگی تاثیر این اغتشاشات روی دینامیک‌های حرکت به منظور بهبود قابلیت‌های پرواز ضروری است؛ بنابراین، قبل از طراحی کنترل کننده، بایستی جملات مربوط به بردار سرعت باد در چارچوب بدنه $W = [W_x \ W_y \ W_z]^T$ و چارچوب زمین $W_i = [W_{xi} \ W_{yi} \ W_{zi}]^T$ به ترتیب در معادلات دینامیک انتقالی

(۲) و معادلات سینماتیک انتقالی (۱۰) گنجانده شود. غالب جدید معادلات دینامیک انتقالی و معادلات سینماتیک انتقالی به

ترتیب با (۱۴) و (۱۵) توصیف می‌شوند:

$$\begin{cases} \dot{u} = r(v + W_y) - q(w + W_z) - \dot{W}_x + \frac{PdS}{m} C_X - g \sin\theta + \frac{T_{max}}{m} \delta_t \\ \dot{v} = p(w + W_z) - r(u + W_x) - \dot{W}_y + \frac{PdS}{m} C_Y - g \cos\theta \sin\phi \\ \dot{w} = q(u + W_x) - p(v + W_y) - \dot{W}_z + \frac{PdS}{m} C_Z - g \cos\theta \cos\phi \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \dot{X}_i = u \cos\theta \cos\psi + v(\sin\phi \sin\theta \cos\psi - \cos\phi \sin\psi) \\ \quad + w(\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi) + W_{xi} \\ \dot{Y}_i = u \cos\theta \sin\psi + v(\sin\phi \sin\theta \sin\psi + \cos\phi \cos\psi) \\ \quad + w(\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi) + W_{yi} \\ \dot{H}_i = u \sin\theta - v \sin\phi \cos\theta - w \cos\phi \cos\theta - W_{zi} \end{cases} \quad (15)$$

دقت داریم که متغیرهای u ، v و w در (۱۴) به مولفه‌های سرعت خطی هواپیما نسبت به هوای اطراف، یعنی سرعت نسبی، در چارچوب بدنه اشاره دارد و متغیرهای $u_t = u + W_x$ ، $v_t = v + W_y$ و $w_t = w + W_z$ ، مولفه‌های سرعت خطی نسبت به زمین در چارچوب بدنه هستند.

بردارهای اغتشاش باد در چارچوب بدنه $W = [W_x \ W_y \ W_z]^T$ و چارچوب زمین $W_i = [W_{xi} \ W_{yi} \ W_{zi}]^T$ طبق (۱۶) به یکدیگر مربوط می‌شوند:

$$W = L_{bi} W_i \quad (16)$$

که در آن L_{bi} ماتریس دوران از چارچوب زمین به چارچوب بدنه است:

$$L_{bi} = \begin{bmatrix} \cos\theta \cos\psi & \cos\theta \sin\psi & -\sin\theta \\ \sin\phi \sin\theta \cos\psi - \cos\phi \sin\psi & \sin\phi \sin\theta \sin\psi + \cos\phi \cos\psi & \sin\phi \cos\theta \\ \cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi & \cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi & \cos\phi \cos\theta \end{bmatrix} \quad (17)$$

۳- سیستم هدایت

روند فرود به طور معمول دارای سه فاز به نام‌های فاز تقرب^۱ (در صفحه افقی)، فاز گلاید اسلپ^۲ (در صفحه عمودی) و فاز فلر^۳ (در صفحه عمودی) می‌شود. وظیفه‌ی طراحی مسیر فرود مطلوب و کنترل بر عهده‌ی سیستم فرود خودکار هواپیما قرار دارد. فرود امن به معنی رسیدن هواپیما به سطح زمین با خطای کوچک در ارتفاع و انحراف جانبی نسبت به باند فرود است. با توجه به اینکه روند فرود در تمام فازهای آن دارای شرایط حساسی است، طراحی سیستم فرود خودکار یک کار مهم و چالشی به حساب می‌آید.

سیستم فرود خودکار شامل بخشی است که بایستی متغیرهایی از قبیل انحراف سرعت طولی نسبت به مقدار مطلوب متناظر $(-u)$ ، انحراف جانبی نسبت به باند فرود Y ، زاویه لغزش جانبی یا سرعت جانبی v و انحراف ارتفاع از مقدار مطلوب متناظر $(-H)$ را حذف کند. حذف انحراف جانبی هواپیما نسبت به باند فرود Y و سرعت جانبی v به ترتیب با کنترل زاویه‌ی ψ و زاویه‌ی رول ϕ انجام می‌شود. به عبارت دیگر، زوایای یاو و رول دو متغیر اولیه هستند که بایستی توسط سطوح کنترلی سکان و شه‌پر تحت کنترل قرار گیرند. در حین کنترل زوایای مذکور، سرعت طولی بایستی در مقدار مطلوب حفظ شود. کنترل ارتفاع هواپیما نیز با کنترل زاویه پیچ، θ و توسط سطح کنترلی بالابر تحقق می‌یابد.

مقدار مطلوب زاویه یاو با اعمال دینامیک خطای مرتبه اول $\dot{Y} = -K_y Y$ به دینامیک حرکت عرضی Y در رابطه دوم معادلات سینماتیک انتقالی (۱۵) به دست می‌آید [۱۵]:

$$\psi_d = \sin^{-1} \left(\frac{-K_y - \bar{W}_{yi}}{\sqrt{a_y^2 + b_y^2}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{b_y}{a_y} \right) \quad (18)$$

$$a_y = u \cos(\theta) + v \sin(\phi) \sin(\theta) + w \cos(\phi) \sin(\theta), b_y = v \cos(\phi) - w \sin(\phi)$$

که در آن \bar{W}_{yi} تخمین مولفه سرعت عرضی باد در چارچوب زمین است که در ادامه با رویکرد اغتشاش به دست می‌آید. مقدار مطلوب زاویه رول را طوری محاسبه می‌کنیم تا زاویه لغزش جانبی β یا سرعت جانبی هواپیما نسبت به هوای اطراف v به صفر همگرا شود تا قید گردش هماهنگ برقرار باشد [۲۰]:

$$\phi_d = \tan^{-1} \left(\frac{v_a \psi_d}{g} \right) \quad (19)$$

بطور مشابه، برای کنترل ارتفاع، زاویه پیچ مطلوب نیز با اعمال دینامیک خطای مرتبه اول $\dot{H} = -K_h(H - H_d) + \dot{H}_d$ به دینامیک حرکت عمودی H در رابطه سوم معادلات سینماتیک انتقالی (۱۵) به دست می‌آید [۱۵]:

$$\theta_d = \sin^{-1} \left(\frac{\dot{H}_d - K_h(H - H_d) + \bar{W}_{zi}}{\sqrt{a_h^2 + b_h^2}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{b_h}{a_h} \right) \quad (20)$$

$$a_h = u, b_h = v \sin(\phi) + w \cos(\phi)$$

Approach^۱
 Glide slope^۲
 Flare^۳

که در آن \widehat{W}_{zi} تخمین مولفه سرعت عمودی باد در چارچوب زمین است و ارتفاع مطلوب H_d در ادامه محاسبه می شود.

۳-۱- فرود در صفحه افقی

در حین فاز تقرب، هواپیما بایستی در یک ارتفاع خاص با خط مرکزی بانده فرود هم راستا شود بطوریکه بعد از تقرب از آن ارتفاع خاص، فاز گلاید اسلپ آغاز خواهد شد؛ فاز تقرب با سرعت ثابت و در یک ارتفاع ثابت انجام می گیرد؛ ارتفاع مطلوب H_d در (۲۰) یک مقدار ثابت است و سرعت طولی بطور مستقیم با استفاده از سیستم پیشران تحت کنترل قرار می گیرد.

۳-۲- فرود در صفحه عمودی

فرود در صفحه عمودی شامل دو مرحله ی گلاید اسلپ و فلر می شود. کنترل زاویه شیب مسیر (ارتفاع) به طور غیرمستقیم با کنترل متغیر زاویه پیچ θ حاصل می شود با ذکر این نکته که سرعت در مقدار مطلوب متناظر قرار دارد. در فاز گلاید اسلپ (در ارتفاع $H \geq H_0$ که H_0 ارتفاعی است که در آن فاز گلاید اسلپ خاتمه می یابد و فاز فلر شروع می شود)، هواپیما با سرعت ثابت و زاویه شیب مسیر ثابت $\gamma_d = 2.5 \text{ deg}$ نزول می کند؛ زمان شروع فاز گلاید اسلپ به فاصله طولی با نقطه فرود بستگی دارد و با توجه به زاویه شیب مسیر ثابت، مسیر مطلوب در این فاز یک خط صاف است. ارتفاع مطلوب H_d در این فاز با توجه به زاویه شیب مسیر مطلوب γ_d و سرعت کل محاسبه می شود.

نرخ تغییر ارتفاع مطلوب \dot{H}_d در فاز گلاید اسلپ با (۲۱) توصیف می شود:

$$\dot{H}_d = V_t \sin(\gamma_d) \cong V_d \gamma_d \quad (21)$$

که در آن $V_t = \sqrt{(u + W_x)^2 + (v + W_y)^2 + (w + W_z)^2}$ سرعت کل نسبت به زمین و V_d مقدار مطلوب آن است. از ارتفاع H_0 تا نقطه تماس با بانده فرود، هواپیما یک مسیر نمایی را با سرعت ثابت طی می کند. نرخ نزول به تدریج کاهش می یابد تا به هواپیما در حین برخورد با زمین آسیبی نرسد؛ برای این منظور می توان شیب مسیر را بطور نمایی کاهش داد تا در لحظه برخورد با بانده فرود به صفر برسد. ارتفاع مطلوب در فاز فلر طبق (۲۲) محاسبه می شود:

$$H_d = H_0 \exp(-t/\tau) \quad (22)$$

که در آن t زمان و τ ثابت زمانی تعیین کننده ی نرخ کاهش شیب مسیر نمایی است.

۴- طراحی کنترل

روند طراحی بخش های مختلف کنترلی در این بخش ارایه می شود. این کنترل کننده ها بایستی قادر باشند تا اهداف کنترلی را با تولید مقادیر مطلوب برای سطوح ایرودینامیکی (انحراف بالابر δ_e ، انحراف شه پر δ_a ، انحراف سکان δ_r و فرمان نیروی پیشران δ_f) برآورده سازند. ساختار کنترل هواپیما به دو بخش تقسیم خواهد شد: سیستم کنترل وضعیت و سیستم تامین نیروی پیشران. انحرافات مطلوب سطوح ایرودینامیکی توسط سیستم کنترل وضعیت تامین می شود و شامل دو کنترل کننده است: یک کنترل کننده برای زاویه ی پیچ و یک کنترل کننده برای زوایای یاو و رول. فرمول بندی ورودی نیروی پیشران δ_f به منظور حفظ سرعت طولی در مقدار مطلوب بر عهده سیستم دوم قرار دارد.

۴-۱- رویکرد اغتشاش غیرخطی

در این زیربخش، ساختار رویکرد اغتشاش غیرخطی مورد استفاده در طراحی قانون کنترل ارایه می‌شود [۲۱]. سیستم غیرخطی اسکالر زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u_c + d \quad (23)$$

که در آن $x \in R$ و $u_c \in R$ به ترتیب متغیر حالت و بردار سیستم و $f(x)$ و $g(x)$ توابع اسکالر از x هستند. $d \in R$ جمله عدم قطعیت یکپارچه حاصل از اغتشاش خارجی و عدم قطعیت پارامتری با نرخ تغییر کراندار است:

$$|\dot{d}| < \mu \quad (24)$$

برای سیستم (۲۳)، رویکرد اغتشاش غیرخطی با رابطه زیر قابل بیان است:

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}} = \gamma + P(x) \\ \dot{\gamma} = -l(x)(f(x) + g(x)u_c + \hat{d}) \end{cases} \quad (25)$$

که در آن $\hat{d} \in R$ تخمین عدم قطعیت یکپارچه d و $P(x)$ و $l(x) = \partial P(x)/\partial x$ توابع غیرخطی هستند.

به این ترتیب، اگر $\tilde{d} = d - \hat{d}$ خطای تخمین باشد، دینامیک آن با رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\tilde{d}} = -l(x)\tilde{d} + \dot{d} \quad (26)$$

قضیه ۱: فرض کنید $P(x) = L_d x$ با $L_d > 0$ ، سیستم خطای تخمین (۲۶) با توجه به شرط (۲۴) دارای پایداری ورودی-کراندار-خروجی-کراندار است. به منظور کاهش کران بالای خطای تخمین \tilde{d} و افزایش نرخ میرایی آن، بهره رویکرد L_d بایستی به اندازه کافی بزرگ باشد. اثبات این قضیه در [۲۲] آورده شده است.

تذکره ۱: با توجه به (۲۶)، ورودی کنترلی در دینامیک خطای تخمین وارد نشده است. بنابراین، این رویکرد می‌تواند مولفه‌های سرعت باد با استفاده از معادلات سینماتیک انتقالی (۱۵) را نیز به خوبی تخمین بزند.

۴-۲- تخمین اغتشاش باد

در طراحی قانون هدایت در (۱۸) و (۲۰) و قانون کنترل سرعت طولی در (۲۹)، تخمین مولفه‌های سرعت باد بایستی در دسترس باشد. به منظور تخمین مولفه‌های سرعت باد در چارچوب زمین از معادلات سینماتیک انتقالی (۱۵) و رویکرد اغتشاش (۲۵) استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_x = \gamma_x + P_x(x), l_x = \partial P_x(x)/\partial x \\ \dot{\gamma}_x = -l_x(a_x + \hat{d}_x) \end{cases} \quad x = X, Y, H \quad (27)$$

که در آن داریم:

$$a_x = u \cos\theta \cos\psi + v(\sin\phi \sin\theta \cos\psi - \cos\phi \sin\psi) + w(\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi), \quad \hat{d}_x = W_{x_i}$$

$$a_Y = u \cos\theta \sin\psi + v(\sin\phi \sin\theta \sin\psi + \cos\phi \cos\psi) + w(\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi), \quad d_Y = W_{Y_i}$$

$$a_H = u \sin\theta - v \sin\phi \cos\theta - w \cos\phi \cos\theta, \quad d_H = -W_{Z_i}$$

به این ترتیب، دینامیک خطای تخمین \vec{d}_x با رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\vec{d}}_x = -l_x \vec{d}_x + \dot{\vec{d}}_x \quad (28)$$

اگر \vec{d}_x (یعنی مولفه‌های شتاب باد در چارچوب زمین) کراندار باشد، خطای تخمین \vec{d}_x نیز طبق قضیه ۱ کراندار است.

تخمین مولفه‌های سرعت باد در چارچوب بدنه نیز با استفاده از نتایج تخمین حاصل از رویکرد (۲۷) و تبدیل مختصات (۱۶) به دست می‌آید.

تذکره ۲: برای تخمین مولفه‌های سرعت باد می‌توان از معادلات دینامیک انتقالی (۱۴) نیز بهره گرفت [۱۰]، ولی برای حصول تخمین دقیق بایستی ضرایب نیروهای ایرودینامیکی C_X ، C_Y و C_Z بطور کامل معلوم باشند که در عمل همواره با عدم قطعیت همراه است.

۴-۳- کنترل سرعت طولی

کنترل دقیق سرعت طولی در حین فازهای تقرب، گلاید اسلپ و فلر برای فرود امن، یک امر ضروری به حساب می‌آید؛ زیرا سرعت طولی در معادلات ارتفاع پرواز H و انحراف جانبی نسبت به باند فرود Y وجود دارد. حدود تغییرات ورودی کنترلی پیشران در بازه $[0,1]$ در نظر گرفته می‌شود با این فرض که نیروی پیشران تولیدی دارای رابطه‌ی خطی با ورودی مربوطه باشد.

قضیه ۲: مدل شش-درجه-آزادی هواپیمای بدون سرنشین بال-ثابت توصیف شده با (۶)، (۹)، (۱۴) و (۱۵) شامل اثرات اغتشاش باد را در نظر می‌گیریم. سرعت طولی نسبت به زمین u_t به مقدار مطلوب همگرا خواهد شد اگر ورودی نیروی پیشران δ_t طبق (۲۹) تعیین شود:

$$\delta_t = -\frac{1}{b_u}(K_u S_u + a_u + \dot{d}_u) \quad (29)$$

که در آن داریم:

$$S_u = u_t - u_d, \quad a_u = rv - qw - g \sin\theta + \frac{P d S}{m} \bar{C}_X, \quad b_u = T_{max}/m$$

که در آن u_d سرعت طولی مطلوب نسبت به زمین، K_u ثابت مثبت، \dot{d}_u تخمین جمله عدم قطعیت و $(\bar{\cdot})$ نماد مقدار نامی پارامتر ایرودینامیکی است.

اثبات: طراحی کنترل کننده سرعت طولی از تکنیک مود لغزشی بر مبنای رویکرد اغتشاش استفاده می‌کند. در رهیافت مود لغزشی، سطح لغزش مناسب بر مبنای دینامیک‌های مطلوب تعریف می‌شود و طراحی قانون کنترلی طوری انجام می‌گیرد تا شرایط مود لغزشی برقرار شود. به این ترتیب، حساسیت سیستم به اغتشاش خارجی برطرف خواهد شد و سیستم کلی مطابق با تعریف سطح لغزش رفتار می‌کند. سطح لغزش را با توجه به مولفه‌ی خطای ردیابی سرعت طولی طبق (۳۰) تعریف می‌کنیم:

$$S_u = (u + \widehat{W}_x) - u_d = u_t - u_d \quad (30)$$

که در آن \widehat{W}_x تخمین مولفه طولی سرعت باد در چارچوب بدنه هواپیما است. از S_u نسبت به زمان مشتق می‌گیریم و \dot{u} را از (۱۴) در آن جایگذاری می‌کنیم:

$$\dot{S}_u = r(v + W_y) - q(w + W_z) + \frac{PaS}{m} C_x - g \sin\theta + \frac{T_{max}}{m} \delta_t - \dot{u}_d \quad (31)$$

دینامیک سطح لغزش \dot{S}_u را بر حسب جمله‌های معلوم و خطای تخمین عدم قطعیت بازنویسی می‌کنیم:

$$\dot{S}_u = a_u + b_u \delta_t + \hat{d}_u + \tilde{d}_u \quad (32)$$

که در آن $\tilde{d}_u = d_u - \hat{d}_u$ خطای تخمین عدم قطعیت و d_u عدم قطعیت است که بایستی توسط رویکرد اغتشاش تخمین زده شود:

$$d_u = rW_y - qW_z + \frac{PaS}{m} \Delta C_x - \dot{u}_d \quad (33)$$

که در آن $\Delta(\cdot)$ نماد عدم قطعیت جمعی پارامتر ورود دینامیکی است.

با اعمال دینامیک مرتبه اول $\dot{S}_u = -K_u S_u$ به بخش معلوم دینامیک سطح لغزش، یعنی $\dot{S}_u = a_u + b_u \delta_t + \hat{d}_u$ در (۳۲)، می‌توان ورودی δ_t را محاسبه کرد. بنابراین، دینامیک سطح لغزش سرعت طولی با (۳۴) قابل بیان است:

$$\dot{S}_u = -K_u S_u + \tilde{d}_u \quad (34)$$

رویتگر اغتشاش غیرخطی برای تخمین d_u دارای ساختار زیر است:

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_u = \gamma_u + P_u(S_u), & l_u = \partial P_u(S_u) / \partial S_u \\ \dot{\gamma}_u = -l_u(a_u + b_u \delta_t + \hat{d}_u) \end{cases} \quad (35)$$

به این ترتیب، دینامیک خطای تخمین \tilde{d}_u با رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\tilde{d}}_u = -l_u \tilde{d}_u + \dot{d}_u \quad (36)$$

خطای تخمین \tilde{d}_u با توجه به قضیه ۱ کراندار است اگر \dot{d}_u کراندار باشد:

$$|\dot{\tilde{d}}_u| < \mu_u, \quad \mu_u > 0 \quad (37)$$

تذکره ۳: سرعت طولی مطلوب نسبت به زمین با استفاده از عبارت $u_d = \sqrt{V_d^2 - (v + \widehat{W}_y)^2 - (w + \widehat{W}_z)^2}$ محاسبه می‌شود، جایی که \widehat{W}_y و \widehat{W}_z تخمین مولفه‌های عرضی و عمودی سرعت باد در چارچوب بدنه هواپیما است.

۴-۴- کنترل زاویه پیچ

کنترل‌کننده زاویه پیچ از دو حلقه تشکیل می‌شود. در حلقه بیرونی، نرخ پیچ مطلوب q_d را با روش برگشت به عقب طوری تعیین می‌کنیم تا زاویه پیچ θ به مقدار مطلوب متناظر θ_d حاصل از سیستم هدایت همگرا شود. وظیفه‌ی همگرایی نرخ پیچ q به مقدار مطلوب q_d بر عهده حلقه درونی قرار دارد که این کار با محاسبه سیگنال کنترل بالا بر δ_e با روش مود لغزشی انجام می‌شود.

روش برگشت به عقب بر مبنای نظریه لیاپانوف قرار دارد و نسبت به روش‌های دینامیک وارون و روش‌های غیرخطی دیگر، امکان استفاده از مشخصه‌های غیرخطی به شیوه‌های مختلف را فراهم می‌آورد؛ برخی از مشخصه‌های غیرخطی را می‌توان حفظ و برخی از آنها را می‌توان حذف نمود. هر گام در این روش اساساً از دو مرحله تشکیل می‌شود و روند طراحی تا محاسبه سیگنال کنترلی اصلی ادامه می‌یابد: در مرحله اول بایستی مقدار مطلوب یک متغیر حالت در غالب ورودی کنترلی مجازی تعیین شود و در مرحله دوم، بایستی تضمین کنیم که مقدار واقعی متغیر حالت مذکور به مقدار مطلوب متناظر همگرا می‌شود.

قضیه ۳: مدل شش درجه آزادی هواپیمای بدون سرنشین بال-ثابت توصیف شده با (۶)، (۹)، (۱۴) و (۱۵) شامل اثرات اغتشاش باد را در نظر می‌گیریم. زاویه پیچ θ به مقدار مطلوب θ_d همگرا خواهد شد، اگر ورودی بالابر δ_e طبق (۳۸) تعیین شود:

$$\delta_e = -\frac{1}{b_q}(K_q S_q + a_q + \hat{d}_q) \quad (38)$$

که در آن داریم:

$$a_q = \frac{P_d S_c}{I_{yy}} (\bar{c}_{m_0} + \bar{c}_{m_a} \alpha + \frac{c}{2V_a} \bar{c}_{m_q} q) - \frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{yy}} p r - \frac{I_{xz}}{I_{yy}} (p^2 - r^2)$$

$$b_q = \frac{P_d S_c}{I_{yy}} \bar{c}_{m_{\delta_e}}, \quad S_q = q - q_d$$

که در آن $q_d = (-K_\theta e_\theta + \dot{\theta}_d + r \sin \phi) / \cos \phi$ ، K_q ثابت مثبت، \hat{d}_q تخمین جمله اغتشاش محور پیچ و (\cdot) نماد مقدار نامی پارامتر آیرودینامیکی است.

اثبات: تابع لیاپانوف V_θ را با توجه به خطای ردیابی زاویه‌ی پیچ $e_\theta = \theta - \theta_d$ تعریف می‌کنیم:

$$V_\theta = \frac{1}{2}(\theta - \theta_d)^2 \quad (39)$$

از تابع لیاپانوف V_θ مشتق می‌گیریم و $\dot{\theta}$ را از (۹) در آن جایگذاری می‌کنیم:

$$\dot{V}_\theta = (q \cos \phi - r \sin \phi - \dot{\theta}_d) e_\theta \quad (40)$$

متغیر q در (۴۰) را به عنوان ورودی کنترلی مجازی طبق (۴۱) در نظر می‌گیریم:

$$q_d = \frac{-K_\theta e_\theta + \dot{\theta}_d + r \sin \phi}{\cos \phi} \quad (41)$$

که در آن K_θ یک بهره‌ی کنترلی ثابت مثبت است. (۴۱) را در (۴۰) جایگذاری می‌کنیم:

$$\dot{V}_\theta = -K_\theta e_\theta^2 + e_q e_\theta \cos \phi \quad (42)$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که $e_\theta \rightarrow 0 \Leftrightarrow q_d \rightarrow q$ ، در گام بعد بایستی تضمین کنیم که q به q_d همگرا شود.

به منظور تضمین همگرایی q به q_d ، سطح لغزش S_q را طبق (۴۳) تعریف می‌کنیم:

$$S_q = q - q_d \quad (43)$$

از S_q نسبت به زمان مشتق می‌گیریم و \dot{q} را از (۶) در آن جایگذاری می‌کنیم:

$$\dot{S}_q = \frac{P_d S_c}{I_{yy}} \left(c_{m_0} + c_{m_\alpha} \alpha + c_{m_{\delta_e}} \delta_e + \frac{c}{2V_a} (c_{m_\alpha} \dot{\alpha} + c_{m_q} q) \right) - \frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{yy}} p r - \frac{I_{xz}}{I_{yy}} (p^2 - r^2) - \dot{q}_d \quad (44)$$

دینامیک سطح لغزش \dot{S}_q را بر حسب جمله‌های معلوم و خطای تخمین عدم قطعیت بازنویسی می‌کنیم:

$$\dot{S}_q = a_q + b_q \delta_e + \hat{d}_q + \tilde{d}_q \quad (45)$$

که در آن $\tilde{d}_q = d_q - \hat{d}_q$ خطای تخمین و d_q جمله عدم قطعیت محور پیچ است که بایستی توسط رویکرد اغتشاش تخمین زده شود:

$$d_q = \frac{P_d S_c}{I_{yy}} \left(\Delta c_{m_0} + \Delta c_{m_\alpha} \alpha + \Delta c_{m_{\delta_e}} \delta_e + \frac{c}{2V_a} (c_{m_\alpha} \dot{\alpha} + \Delta c_{m_q} q) \right) - \dot{q}_d \quad (46)$$

که در آن $\Delta(\cdot)$ نماد عدم قطعیت جمعی پارامتر ورود دینامیکی است.

با اعمال دینامیک مرتبه اول $\dot{S}_q = -K_q S_q$ به بخش معلوم دینامیک سطح لغزش، یعنی $\dot{S}_q = a_q + b_q \delta_e + \hat{d}_q$ در (۴۵)، می‌توان ورودی δ_e را محاسبه کرد. بنابراین، دینامیک سطح لغزش با (۴۷) قابل بیان است:

$$\dot{S}_q = -K_q S_q + \tilde{d}_q \quad (47)$$

رویتگر اغتشاش غیرخطی برای تخمین d_q دارای ساختار زیر است:

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_q = \gamma_q + P_q(S_q), & l_q = \partial P_q(S_q) / \partial S_q \\ \dot{\gamma}_q = -l_q(a_q + b_q \delta_e + \hat{d}_q) \end{cases} \quad (48)$$

به این ترتیب، دینامیک خطای تخمین \tilde{d}_q با رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\tilde{d}}_q = -l_q \tilde{d}_q + \dot{d}_q \quad (49)$$

خطای تخمین \tilde{d}_q با توجه به قضیه ۱ کراندار است اگر کراندار باشد:

$$|\dot{\tilde{d}}_q| < \mu_q, \quad \mu_q > 0 \quad (50)$$

۴-۵- کنترل حرکت جانبی

سیستم فرود خودکار هواپیما بایستی انحراف جانبی نسبت به باند فرود Y و سرعت جانبی v را حذف کند؛ با توجه به دینامیک-های هواپیما، این کار با کنترل زوایای رول و یاء انجام می‌شود. کنترل کننده حرکت جانبی نیز بر مبنای روش برگشت به عقب و مود لغزشی قرار دارد.

قضیه ۴: مدل شش درجه آزادی هواپیمای بدون سرنشین بال-ثابت توصیف شده با (۶)، (۹)، (۱۴) و (۱۵) شامل اثرات اغتشاش باد را در نظر می‌گیریم. زوایای رول ϕ و یاء ψ به مقادیر مطلوب ϕ_d و ψ_d همگرا خواهد شد اگر ورودی‌های شه پر δ_a و δ_r طبق (۵۱) تعیین شوند:

$$\delta_a = \frac{-b_r^{\delta r}(K_p S_p + a_p + \hat{d}_p) + b_p^{\delta r}(K_r S_r + a_r + \hat{d}_r)}{b_p^{\delta a} b_r^{\delta r} - b_p^{\delta r} b_r^{\delta a}} \quad (51)$$

$$\delta_r = \frac{-b_p^{\delta a}(K_r S_r + a_r + \hat{d}_r) + b_r^{\delta a}(K_p S_p + a_p + \hat{d}_p)}{b_p^{\delta a} b_r^{\delta r} - b_p^{\delta r} b_r^{\delta a}}$$

که در آن داریم:

$$a_p = \frac{P_d S_b}{I_{xx}} \left(\bar{c}_{l\beta} \beta + \frac{b}{2V_a} (\bar{c}_{lp} p + \bar{c}_{lr} r) \right) - \frac{I_{zz} - I_{yy}}{I_{xx}} q r + \frac{I_{xz}}{I_{xx}} q p$$

$$b_p^{\delta a} = \frac{P_d S_b}{I_{xx}} \bar{c}_{l\delta a}, \quad b_p^{\delta r} = \frac{P_d S_b}{I_{xx}} \bar{c}_{l\delta r}, \quad S_p = p - p_d$$

$$a_r = \frac{P_d S_b}{I_{zz}} \left(\bar{c}_{n\beta} \beta + \frac{b}{2V_a} (\bar{c}_{nr} r + \bar{c}_{np} p) \right) - \frac{I_{yy} - I_{xx}}{I_{zz}} p q - \frac{I_{xz}}{I_{zz}} q r$$

$$b_r^{\delta r} = \frac{P_d S_b}{I_{zz}} \bar{c}_{n\delta r}, \quad b_r^{\delta a} = \frac{P_d S_b}{I_{zz}} \bar{c}_{n\delta a}, \quad S_r = r - r_d$$

$r_d = ((\dot{\psi}_d - K_\psi e_\psi) \cos \theta - q \sin \phi) / \cos \phi$ $p_d = -\tan \theta (q \sin \phi + r \cos \phi) + \dot{\phi}_d - K_\phi e_\phi$
 K_r و K_p ثابت‌های مثبت، \hat{d}_r و \hat{d}_p تخمین جمله اغتشاش محورهای رول و یاو و (\cdot) نماد مقدار نامی پارامتر آیرودینامیکی است.

اثبات: تابع لیاپانوف $V_{\phi\psi}$ را با توجه به خطای ردیابی زاویه‌ی رول $e_\phi = \phi - \phi_d$ و خطای ردیابی زاویه‌ی یاو $e_\psi = \psi - \psi_d$ تعریف می‌کنیم:

$$V_{\phi\psi} = \frac{1}{2} (\phi - \phi_d)^2 + \frac{1}{2} (\psi - \psi_d)^2 \quad (52)$$

از $V_{\phi\psi}$ نسبت به زمان مشتق می‌گیریم و $\dot{\phi}$ و $\dot{\psi}$ را از (۹) در آن جایگذاری می‌کنیم:

$$\dot{V}_{\phi\psi} = (p + \tan \theta (q \sin \phi + r \cos \phi) - \dot{\phi}_d) e_\phi + \left(\frac{q \sin \phi + r \cos \phi}{\cos \theta} - \dot{\psi}_d \right) e_\psi \quad (53)$$

متغیرهای p و q در (۵۳) را به عنوان ورودی‌های کنترلی مجازی طبق (۵۴) در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} p_d = -\tan \theta (q \sin \phi + r \cos \phi) + \dot{\phi}_d - K_\phi e_\phi \\ r_d = ((\dot{\psi}_d - K_\psi e_\psi) \cos \theta - q \sin \phi) / \cos \phi \end{cases} \quad (54)$$

که در آن K_ψ و K_ϕ بهره‌های ثابت مثبت، p_d مقدار مطلوب p و r_d مقدار مطلوب r است. (۵۴) را در (۵۳) جایگذاری می‌کنیم:

$$\dot{V}_{\phi\psi} = -K_\phi e_\phi^2 - K_\psi e_\psi^2 + e_p e_\phi + e_r e_\psi \cos \phi / \cos \theta \quad (55)$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که $e_\phi \rightarrow 0 \Leftrightarrow p \rightarrow p_d$ و $e_\psi \rightarrow 0 \Leftrightarrow r \rightarrow r_d$ در گام بعد بایستی تضمین کنیم که p به p_d و r به r_d همگرا شود.

به منظور تضمین همگرایی p به p_d و r به r_d سطوح لغزش S_p و S_r را طبق (۵۶) تعریف می‌کنیم:

$$S_{pr} = \begin{bmatrix} S_p \\ S_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p - p_d \\ r - r_d \end{bmatrix} \quad (56)$$

از سطوح لغزش S_p و S_r نسبت به زمان مشتق می گیریم و \dot{p} و \dot{r} را از (۶) در آن جایگذاری می کنیم:

$$\dot{S}_p = \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \dot{r} + \frac{P_d S_b}{I_{xx}} \left(c_{l_\beta} \beta + c_{l_{\delta a}} \delta_a + c_{l_{\delta r}} \delta_r + \frac{b}{2V_a} (c_{l_p} p + c_{l_r} r) \right) - \frac{I_{zz} - I_{yy}}{I_{xx}} q r + \frac{I_{xz}}{I_{xx}} q p - \dot{p}_d \quad (57)$$

$$\dot{S}_r = \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \dot{p} + \frac{P_d S_b}{I_{zz}} \left(c_{n_\beta} \beta + c_{n_{\delta a}} \delta_a + c_{n_{\delta r}} \delta_r + \frac{b}{2V_a} (c_{n_p} p + c_{n_r} r) \right) - \frac{I_{yy} - I_{xx}}{I_{zz}} p q - \frac{I_{xz}}{I_{zz}} q r - \frac{I_p}{I_{zz}} \omega_p q - \dot{r}_d$$

دینامیک سطوح لغزش \dot{S}_p و \dot{S}_r را بر حسب جمله های معلوم و خطای تخمین عدم قطعیت بازنویسی می کنیم:

$$\begin{bmatrix} \dot{S}_p \\ \dot{S}_r \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_p \\ a_r \end{bmatrix}}_{a_{pr}} + \underbrace{\begin{bmatrix} b_p^{\delta a} & b_p^{\delta r} \\ b_r^{\delta a} & b_r^{\delta r} \end{bmatrix}}_{b_{pr}} \underbrace{\begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix}}_{\delta_{ar}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{d}_p \\ \hat{d}_r \end{bmatrix}}_{\hat{d}_{pr}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{d}_p \\ \tilde{d}_r \end{bmatrix}}_{\tilde{d}_{pr}} \quad (58)$$

که در آن $\tilde{d}_{pr} = d_{pr} - \hat{d}_{pr}$ خطای تخمین و d_{pr} جمله عدم قطعیت محورهای رول و یاو است که بایستی توسط رویکرد اغتشاش تخمین زده شود:

$$d_{pr} = \begin{bmatrix} d_p \\ d_r \end{bmatrix} = \quad (59)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \dot{r} + \frac{P_d S_b}{I_{xx}} \left(\Delta c_{l_\beta} \beta + \Delta c_{l_{\delta a}} \delta_a + \Delta c_{l_{\delta r}} \delta_r + \frac{b}{2V_a} (\Delta c_{l_p} p + \Delta c_{l_r} r) \right) - \dot{p}_d \\ \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \dot{p} + \frac{P_d S_b}{I_{zz}} \left(\Delta c_{n_\beta} \beta + \Delta c_{n_{\delta a}} \delta_a + \Delta c_{n_{\delta r}} \delta_r + \frac{b}{2V_a} (\Delta c_{n_p} p + \Delta c_{n_r} r) \right) - \dot{r}_d \end{bmatrix}$$

که در آن $\Delta(\cdot)$ نماد عدم قطعیت جمعی پارامتر آیرودینامیکی است.

با اعمال دینامیک مرتبه اول $\dot{S}_{pr} = -K_{pr} S_{pr}$ به بخش معلوم دینامیک سطح لغزش، یعنی $\dot{S}_{pr} = a_{pr} + b_{pr} \delta_{ar} +$

\hat{d}_{pr} در (۵۸)، می توان ورودی های δ_a و δ_r را محاسبه کرد. بنابراین، دینامیک سطوح لغزش با (۶۰) قابل بیان است:

$$\dot{S}_{pr} = - \begin{bmatrix} K_p & 0 \\ 0 & K_r \end{bmatrix} S_{pr} + \tilde{d}_{pr} = -K_{pr} S_{pr} + \tilde{d}_{pr} \quad (60)$$

رویتگر اغتشاش غیرخطی برای تخمین d_p و d_r دارای ساختار زیر است:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \hat{d}_p \\ \hat{d}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_p \\ \gamma_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_p(S_p) \\ P_r(S_r) \end{bmatrix}, & \begin{bmatrix} l_p \\ l_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial P_p(S_p) / \partial S_p \\ \partial P_r(S_r) / \partial S_r \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{\gamma}_p \\ \dot{\gamma}_r \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} l_p & 0 \\ 0 & l_r \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} a_p \\ a_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_p^{\delta a} & b_p^{\delta r} \\ b_r^{\delta a} & b_r^{\delta r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{d}_p \\ \hat{d}_r \end{bmatrix} \right) \end{cases} \quad (61)$$

به این ترتیب، دینامیک خطاهای تخمین \tilde{d}_p و \tilde{d}_r با رابطه زیر به دست می آید:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{d}}_p \\ \dot{\tilde{d}}_r \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} l_p & 0 \\ 0 & l_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{d}_p \\ \tilde{d}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{d}_p \\ \dot{d}_r \end{bmatrix} \quad (62)$$

خطاهای تخمین \tilde{d}_p و \tilde{d}_r با توجه به قضیه ۱ کراندار هستند، اگر \dot{d}_p و \dot{d}_r کراندار باشند:

$$|\dot{d}_p| < \mu_p, \quad \mu_p > 0 \quad (63)$$

$$|\dot{d}_r| < \mu_r, \quad \mu_r > 0$$

۵- تحلیل پایداری

در این بخش، شرایط پایداری مورد بررسی قرار می‌گیرند و کران نهایی روی سطح لغزش (خطای ردیابی) S_i و خطای تخمین اغتشاش \tilde{d}_i محاسبه می‌شود. تابع لیاپانوف زیر را در نظر می‌گیریم:

$$V(S_i, \tilde{d}_i) = \frac{1}{2} S_i^2 + \frac{1}{2} \tilde{d}_i^2, \quad i = u, p, q, r \quad (64)$$

از V نسبت به زمان مشتق‌گیری می‌کنیم و (۳۴)، (۳۶)، (۴۷)، (۴۹)، (۶۰) و (۶۲) را در آن جایگذاری می‌کنیم:

$$\dot{V}(S_i, \tilde{d}_i) = -K_i S_i^2 - l_i \tilde{d}_i^2 + S_i \tilde{d}_i + \tilde{d}_i \dot{d}_i, \quad i = u, p, q, r \quad (65)$$

با استفاده از ناتسای یانگ $S_i \tilde{d}_i \leq \frac{1}{2} (S_i^2 + \tilde{d}_i^2)$ عبارت \dot{V} را بازنویسی می‌کنیم:

$$\dot{V}(S_i, \tilde{d}_i) \leq -\left(K_i - \frac{1}{2}\right) S_i^2 - \left(l_i - \frac{1}{2}\right) \tilde{d}_i^2 + |\tilde{d}_i| \mu_i, \quad i = u, p, q, r \quad (66)$$

پارامترهای کنترلی را می‌توان همواره طوری تعیین کرد تا $K_i - \frac{1}{2} > 0$ و $l_i - \frac{1}{2} > 0$ با توجه به (۶۶) می‌توان دریافت که دینامیک‌های سطوح لغزش و خطاهای تخمین پایدار مجانبی نیستند، ولی از دید کار انجام شده در [۲۲] کراندار هستند. کران بالای S_i و \tilde{d}_i با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} |\tilde{d}_i| \leq \frac{\mu_i}{l_i} \\ |S_i| \leq \frac{\mu_i}{l_i K_i} \end{cases}, \quad i = u, p, q, r \quad (67)$$

بنابراین، دینامیک‌های خطاهای تخمین و سطوح لغزش پایدار هستند و کران نهایی آنها را می‌توان با استفاده از بهره رویکرد l_i و پارامتر کنترلی K_i تا نقطه اشباع محرک‌ها کاهش داد.

۶- نتایج شبیه‌سازی

سیستم فرود خودکار پیشنهادی برای کنترل هواپیمای بدون سرنشین بال-ثابت در محیط سیمولینک نرم‌افزار متلب پیاده‌سازی و عملکرد مقاوم آن با کنترل‌کننده پیشنهادی در [۸] مقایسه شد. هواپیمای مورد استفاده در روند شبیه‌سازی دارای ابعاد کوچکی است؛ مشخصات فیزیکی هواپیما در جدول ۱، ضرایب ایرودینامیکی نامی در جدول ۲ و ضرایب لختی در جدول ۳ فهرست شده است. با توجه به خطای مدل‌سازی، پارامترهای ایرودینامیکی مورد استفاده در شبیه‌سازی مدل بطور تصادفی در بازه ۲۰٪ حول مقادیر نامی

در جدول ۲ انتخاب شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی‌ها در دو بخش مورد تحلیل قرار می‌گیرد: (۱) عملکرد نامی (بدون عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش باد) و (۲) عملکرد مقاوم (با عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش باد). فرض بر آن است که فاز گلااید اسلپ در زمان $t = 20 s$ آغاز می‌شود و زمانی که هواپیما به ارتفاع $H = 2.5 m$ برسد، فاز فلر شروع خواهد شد. بهره‌های کنترلی در جدول ۴ فهرست شده است. ثابت زمانی جمله نمایی شیب مسیر در فاز فلر با مقدار $\tau = 3$ ، حدود سطوح کنترلی طبق (۶۸) و شرایط اولیه متغیرهای حالت هواپیما طبق (۶۹) اختیار می‌شود:

$$\delta_e \in [-20deg, 20deg], \delta_a \in [-23deg, 23deg], \delta_r \in [-25deg, 25deg] \quad (68)$$

$$u_o = 17.5 m/s, v_o = 0 m/s, w_o = u_o \tan(0.1 \pi / 180), p_o = q_o = r_o = 0 rad/s \quad (69)$$

$$\phi_o = 1 deg, \theta_o = 0 deg, \psi_o = -1 deg, X_o = 0 m, Y_o = 5 m, H_o = 18.5 m$$

جدول ۳. ضرایب نختی هواپیما.

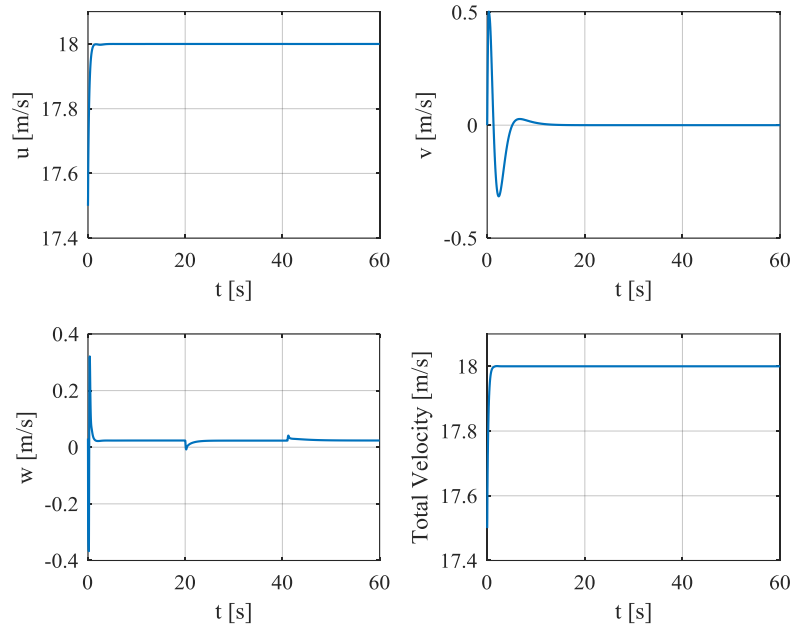
$I_{yy} (kgm^2)$	$I_{zz} (kgm^2)$	$I_{xx} (kgm^2)$	$I_{xz} (kgm^2)$
1.44×10^{-1}	1.62×10^{-1}	8.94×10^{-2}	1.4×10^{-2}

جدول ۴. بهره‌های کنترلی.

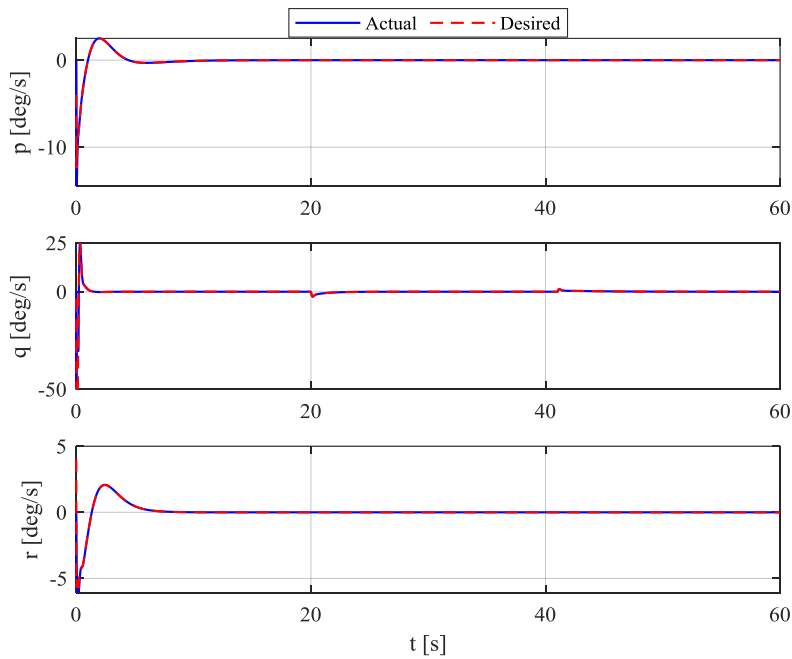
K_h	K_θ	K_q	K_ϕ	K_ψ	K_p	K_r	K_u
0.6	4	200	4	4	20	20	4
K_y	l_q	l_p	l_r	l_u	l_x	l_y	l_H
0.45	200	100	10	200	200	200	200

۶-۱- تایج و تحلیل عملکرد نامی

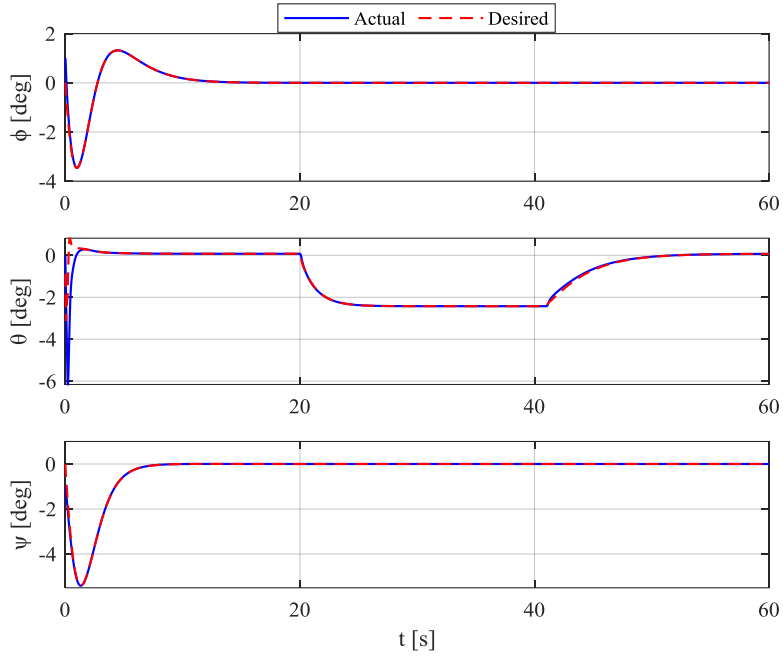
در این زیربخش، نتایج شبیه‌سازی عملکرد نامی آورده شده است. هدف از این شبیه‌سازی، بررسی عملکرد سیستم هدایت و کنترل کننده در فرود خودکار هواپیمای بدون سرنشین بدون در نظر گرفتن اغتشاش حاصل از باد و عدم قطعیت‌های پارامتری می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی در شکل ۲ تا شکل ۸ قابل مشاهده است.



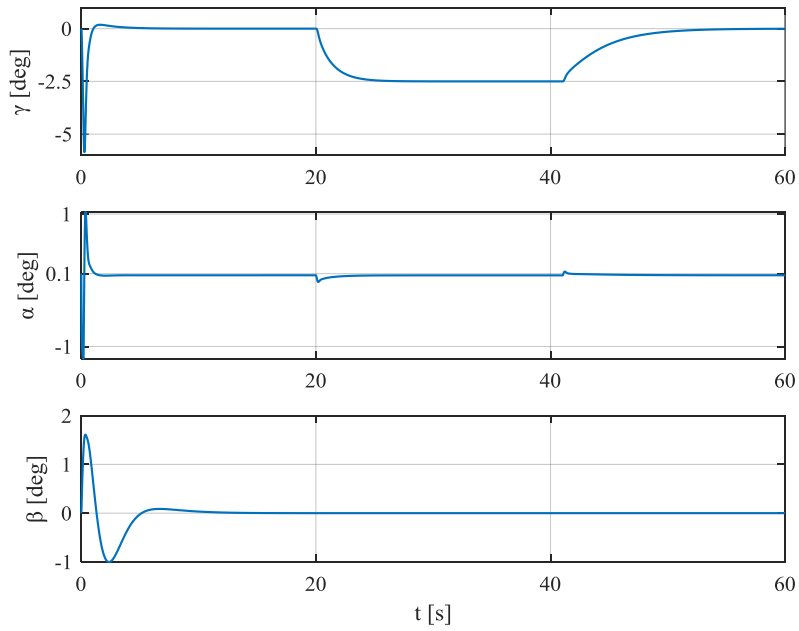
شکل ۲. سرعت‌های خطی شبیه‌سازی عملکرد نامی.



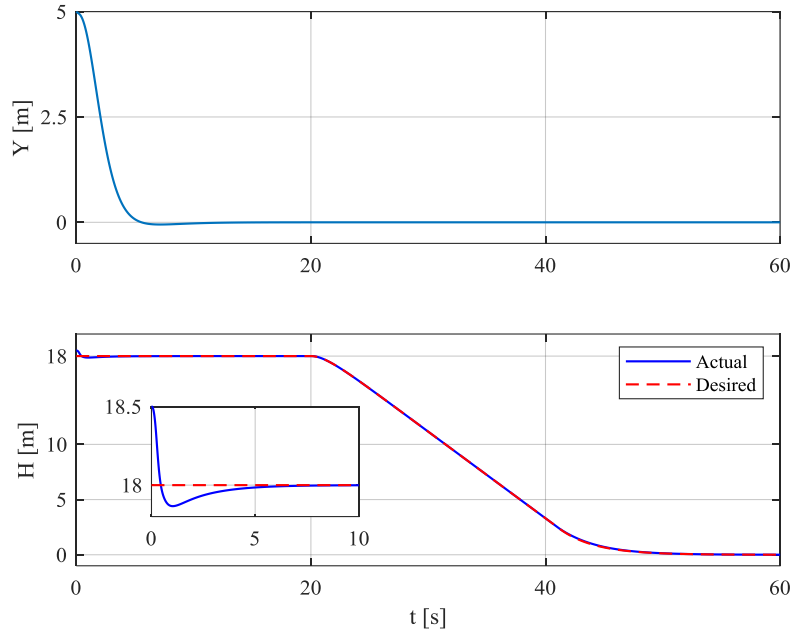
شکل ۳. نرخ‌های زاویه‌ای شبیه‌سازی عملکرد نامی.



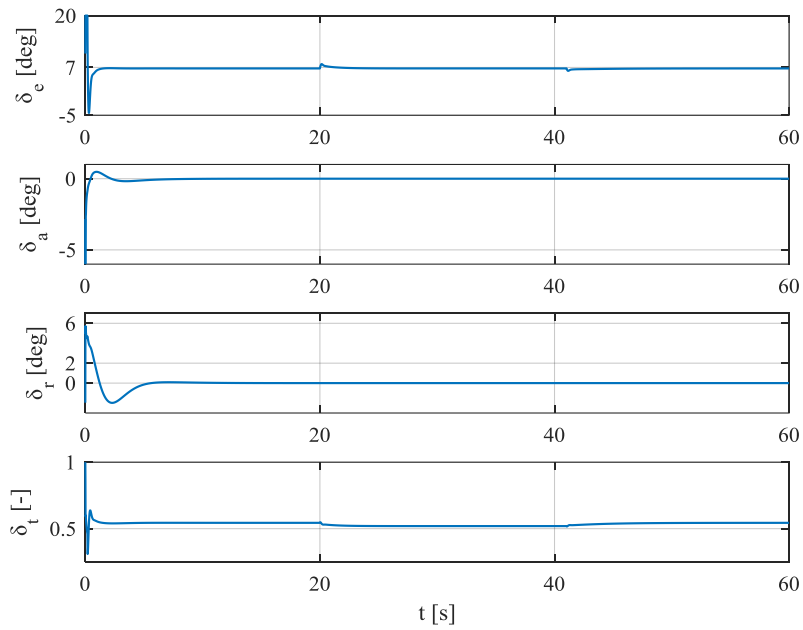
شکل ۴. زوایای اولر شبیه‌سازی عملکرد نامی.



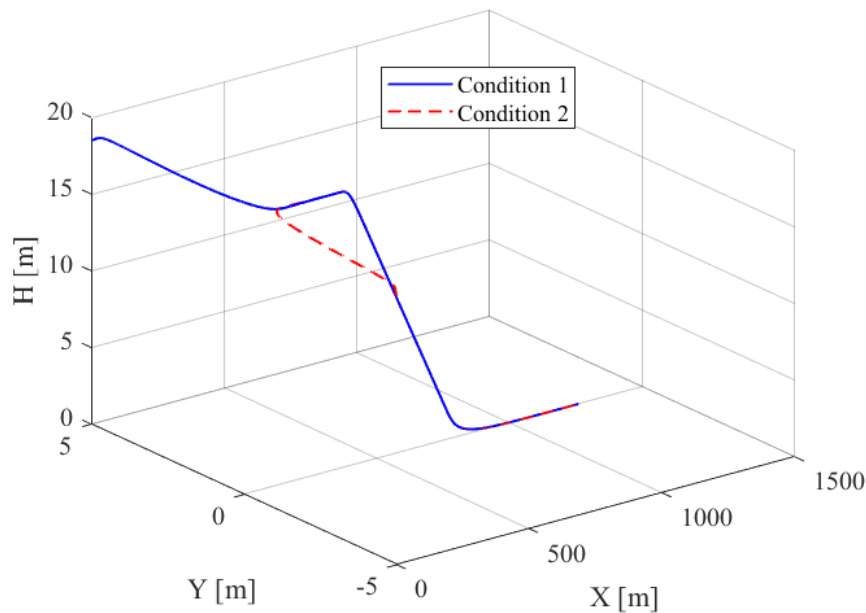
شکل ۵. زاویه شیب مسیر، زاویه حمله و زاویه انحراف جانبی شبیه‌سازی عملکرد نامی.



شکل ۶. انحراف جانبی و ارتفاع شبیه‌سازی عملکرد نامی.



شکل ۷. ورودی‌های کنترلی شبیه‌سازی عملکرد نامی.



شکل ۸. مسیر حرکت سه-بعدی برای دو شرایط اولیه مختلف شبیه‌سازی عملکرد نامی.

نتایج شبیه‌سازی در این بخش نشان می‌دهد که سیستم هدایت و کنترل‌کننده قادر هستند تا تمام اهداف سیستم فرود خودکار را برآورده سازند؛ بدین معنی که هواپیما در فاز تقرب بطور کامل با باند فرود هم‌راستا می‌شود و سپس با توجه به زاویه‌ی شیب مسیر ثابت منفی در فاز گلاйд اسلوپ و مسیر نمایی در فاز فلر نزول می‌کند. همچنین، با توجه به شکل ۲، سرعت کل نسبت به زمین در مدت زمان کوتاهی به مقدار مطلوب خود $V_d = 18 \text{ m/s}$ می‌رسد و در این سرعت حفظ می‌شود. از شکل ۵ می‌توان دریافت که بعد از گذشت زمان گذرا در فاز تقرب، زاویه شیب مسیر در مقدار صفر قرار می‌گیرد. این مطلب در شکل ۶ نیز مشخص است بطوریکه ارتفاع هواپیما بعد از زمان گذرا در فاز تقرب در مقدار ثابت $H = 18 \text{ m}$ حفظ می‌شود. در فاز گلاйд اسلوپ، زاویه شیب مسیر از مقدار صفر به مقدار ثابت $\gamma = -2.5 \text{ deg}$ می‌رسد. زاویه شیب مسیر منفی به معنی کاهش ارتفاع هواپیما است که این کاهش ارتفاع با شیب ثابت را می‌توان در بخش میانی شکل ۶ مشاهده نمود؛ نرخ کاهش ارتفاع $(V_d * \gamma)$ مقدار ثابت کوچکی است که در عمل توسط زاویه پیچ تحت کنترل قرار می‌گیرد. در فاز فلر، زاویه شیب مسیر از $\gamma = -2.5 \text{ deg}$ بطور نمایی به صفر میل می‌کند ولی با توجه به زاویه شیب مسیر منفی، همچنان کاهش ارتفاع تا مقدار صفر (لحظه‌ی برخورد ارباب فرود با باند) ادامه خواهد یافت. زاویه شیب مسیر در شکل ۵ نشان می‌دهد که مسیر هواپیما در طی انتقال بین فازهای فرود دارای پیوستگی است. بعد از حالت گذرای فاز تقرب تا پایان فرآیند فرود، با توجه به هم‌راستا شدن هواپیما با باند فرود، متغیرهای زاویه رول، زاویه یاو، نرخ رول، نرخ یاو و زاویه انحراف جانبی تقریباً در مقدار صفر قرار می‌گیرند.

باید خاطر نشان شود که برای تولید نیروی برآر لازم، زاویه حمله در شکل ۵ (و در نتیجه سرعت عمودی شکل ۲) همواره در تمام طول فرآیند فرود در مقدار مثبت کوچکی قرار دارند یعنی محور طولی هواپیما نسبت به سرعت کل (زاویه شیب مسیر) دارای زاویه مثبت بزرگ‌تری می‌باشد. رابطه‌ی بین زاویه پیچ، زاویه شیب مسیر و زاویه حمله در فازهای فرود را می‌توان بطور تقریبی با عبارت $\theta = \gamma + \alpha$ توصیف کرد که ارتباط بین این زوایا در شکل ۴ و شکل ۵ قابل مشاهده است. همان‌طور که ذکر شد، متغیر

انحراف جانبی Y در شکل ۶ از باند فرود و سرعت جانبی v در شکل ۲ توسط متغیر زاویه‌ی ψ یا ϕ در شکل ۴ بطور غیرمستقیم تحت کنترل قرار می‌گیرند، بطوریکه بعد از هم‌راستا شدن هواپیما با باند فرود، زاویه‌های ψ و ϕ نیز به مقدار صفر همگرا می‌شوند. نرخ (مشتق) تغییرات زاویه‌های اولر در شکل ۴ با تغییرات سرعت‌های زاویه‌ای متناظر در شکل ۳ مطابقت دارد.

ورودی‌های کنترلی در شکل ۷ نشان داده شده است. با توجه به این شکل، بعد از هم‌راستا شدن هواپیما با باند فرود، ورودی‌های کنترلی مربوط به حرکت جانبی (یعنی ورودی‌های کنترلی شه‌پر δ_a و سکان δ_r) در مقدار صفر حفظ می‌شوند. ورودی مربوط به حرکت عمودی δ_e در هر فاز از روند فرود، به منظور قرارگیری هواپیما در ارتفاع مطلوب، بطور مناسب تغییر می‌کند. ورودی کنترلی مربوط به حرکت طولی δ_t در فاز گلااید اسلوپ دارای مقدار کمی کوچک‌تر نسبت به مقدار متناظر در فازهای تقرب و فلر است، زیرا با توجه به شیب مسیر و تاثیر نیروی گرانش، برای حفظ سرعت ثابت در فاز گلاйд اسلوپ به نیروی پیشران کمتری نیاز است.

برای جسمی که در فضای سه-بعدی حرکت می‌کند، سرعت جانبی در دو حالت، مقداری غیر از صفر خواهد داشت: (۱) اگر جسم در مسیر منحنی حرکت کند و (۲) اگر جسم در معرض نیروی اغتشاش خارجی قرار داشته باشد. مسیر هواپیما بعد از هم‌راستا شدن با باند فرود در فاز تقرب و بعد از آن در فازهای گلاйд اسلوپ و فلر یک مسیر صاف در صفحه طولی است؛ در نتیجه در این زیربخش که اغتشاش باد لحاظ نشده است، برای تمامی زمان‌های بعد از طی حالت گذرا در فاز تقرب، سرعت جانبی طبق شکل ۲ در مقدار صفر قرار دارد.

تصویر مسیر فرود سه-بعدی به ازای دو شرایط اولیه مختلف در شکل ۸ نشان داده شده است. شرایط اولیه ۱ طبق (۶۹) و شرایط اولیه ۲ طبق (۷۰) لحاظ می‌شود:

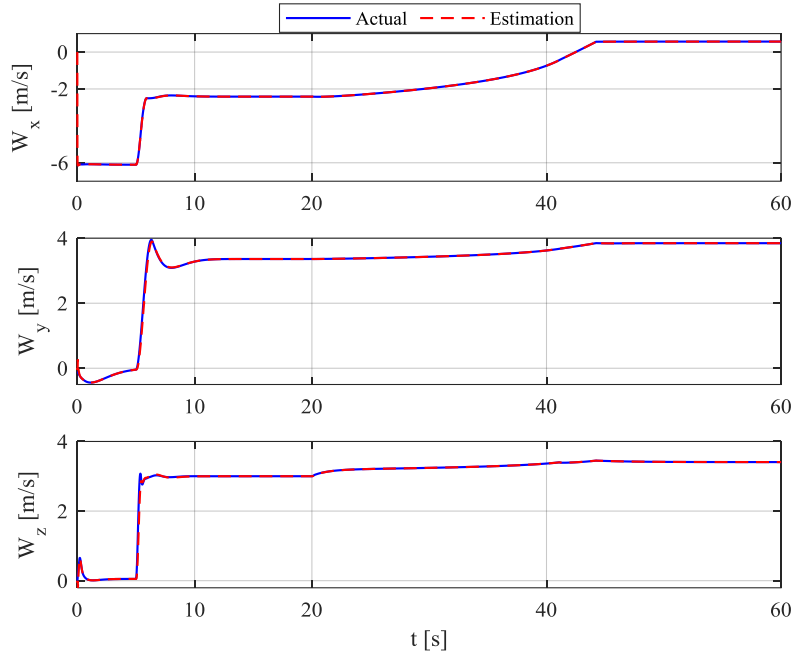
$$u_0 = 17.5 \text{ m/s}, v_0 = 0 \text{ m/s}, w_0 = u_0 \tan(0.1 \pi / 180), p_0 = q_0 = r_0 = 0 \text{ rad/s} \quad (70)$$

$$\phi_0 = -1 \text{ deg}, \theta_0 = 1 \text{ deg}, \psi_0 = 1 \text{ deg}, X_0 = 0 \text{ m}, Y_0 = -5 \text{ m}, H_0 = 17.5 \text{ m}$$

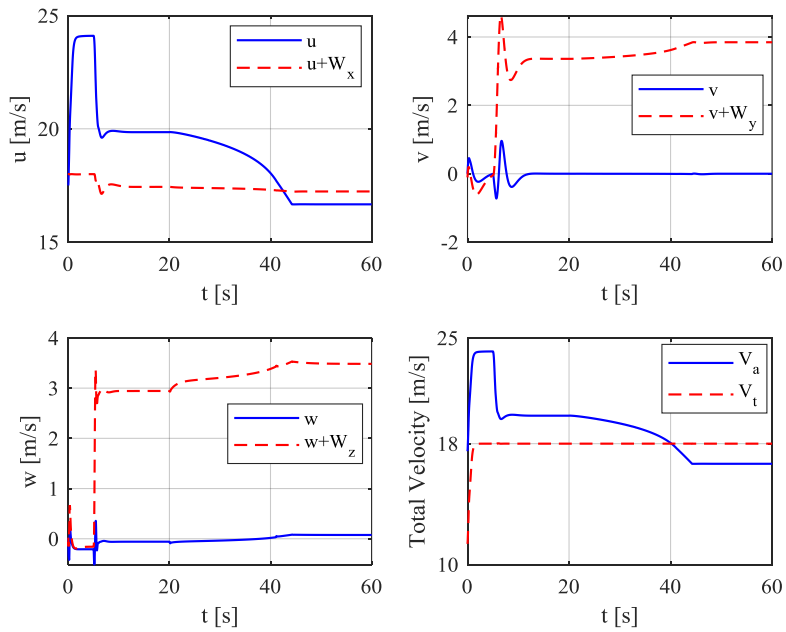
همان‌طور که شکل ۸ نشان می‌دهد، عملکرد مطلوب سیستم هدایت و کنترل‌کننده برای هر دو شرایط اولیه حاصل می‌شود و بنابراین، سیستم فرود خودکار نسبت به تغییر در شرایط اولیه مقاوم است.

۶-۲- نتایج و تحلیل عملکرد مقاوم

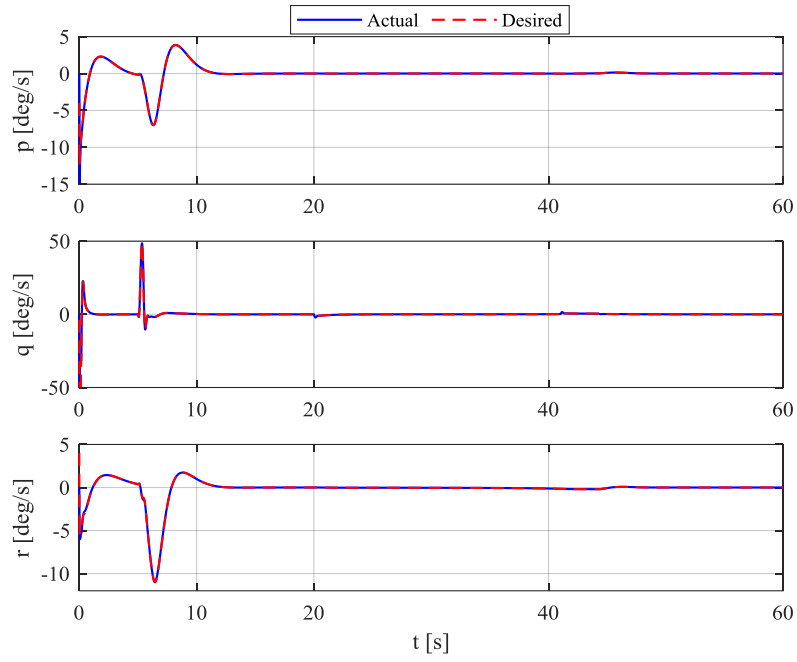
هدف از این زیربخش، بررسی عملکرد سیستم هدایت و کنترل‌کننده سیستم فرود خودکار هواپیمای بدون سرنشین در حضور اغتشاش باد و عدم قطعیت پارامتری می‌باشد. تغییرات سرعت باد در حین فرود در شکل ۹ و نتایج شبیه‌سازی در شکل ۱۰ تا شکل ۱۷ قابل مشاهده است.



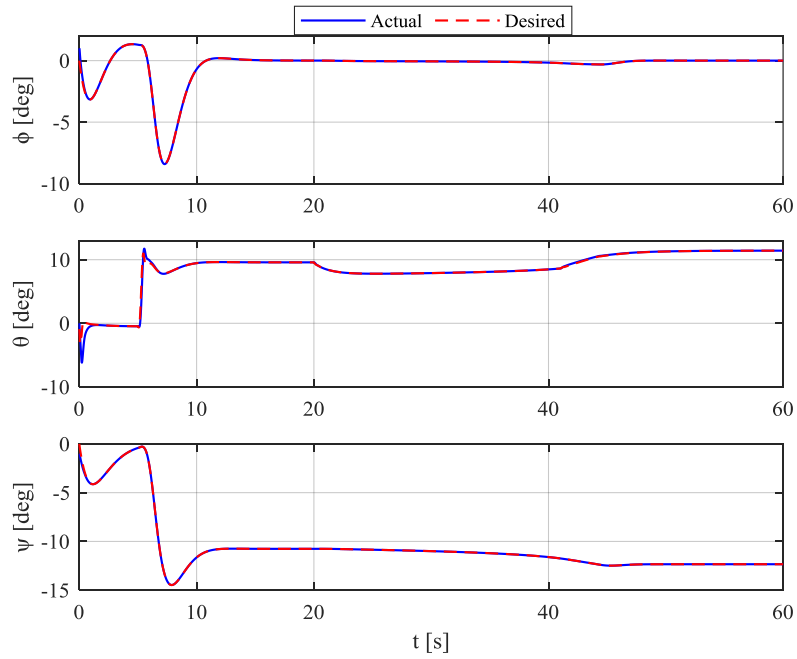
شکل ۹. تغییرات سرعت باد در حین فرود.



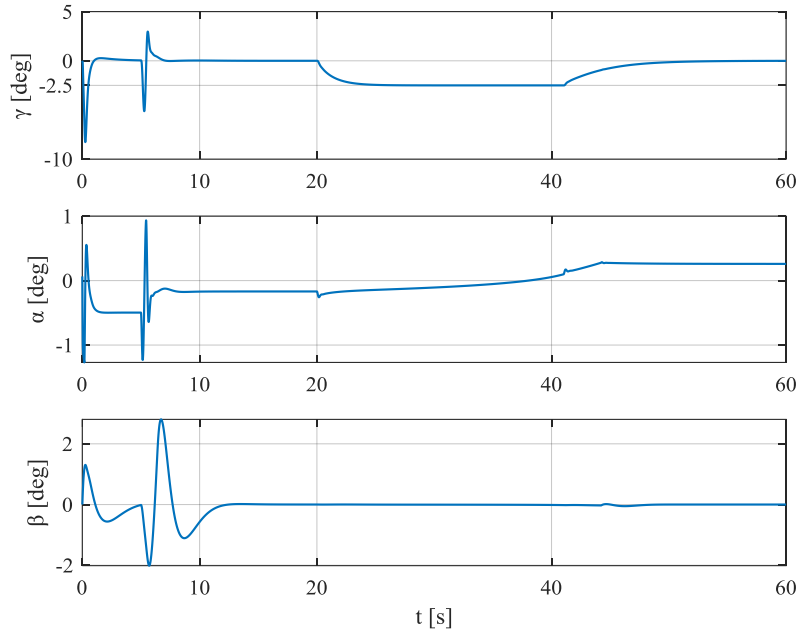
شکل ۱۰. سرعت‌های خطی شبیه‌سازی عملکرد مقاوم.



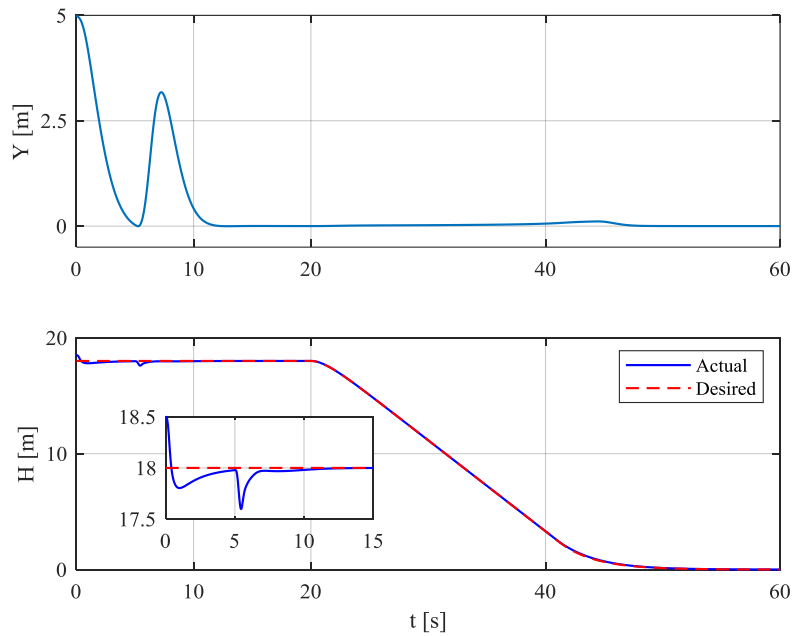
شکل ۱۱. نرخ‌های زاویه‌ای شبیه‌سازی عملکرد مقاوم.



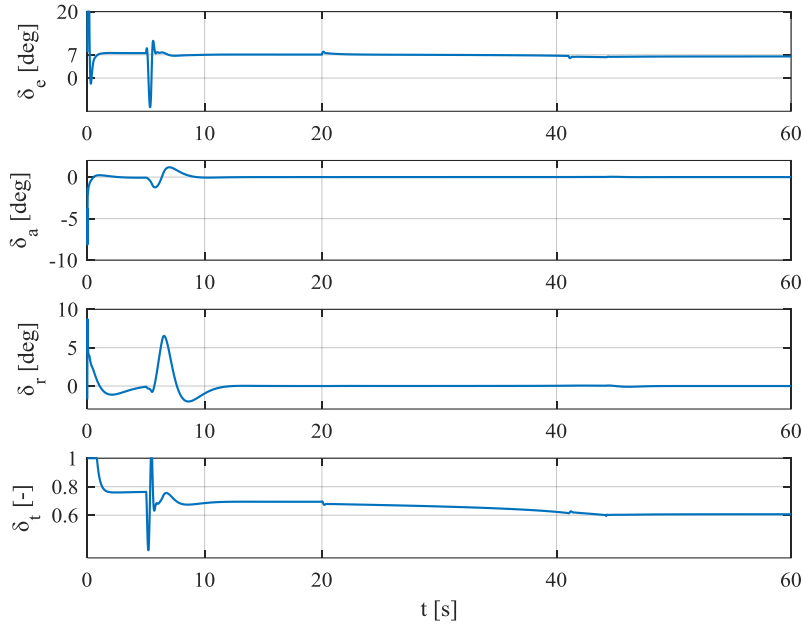
شکل ۱۲. زوایای اولر شبیه‌سازی عملکرد مقاوم.



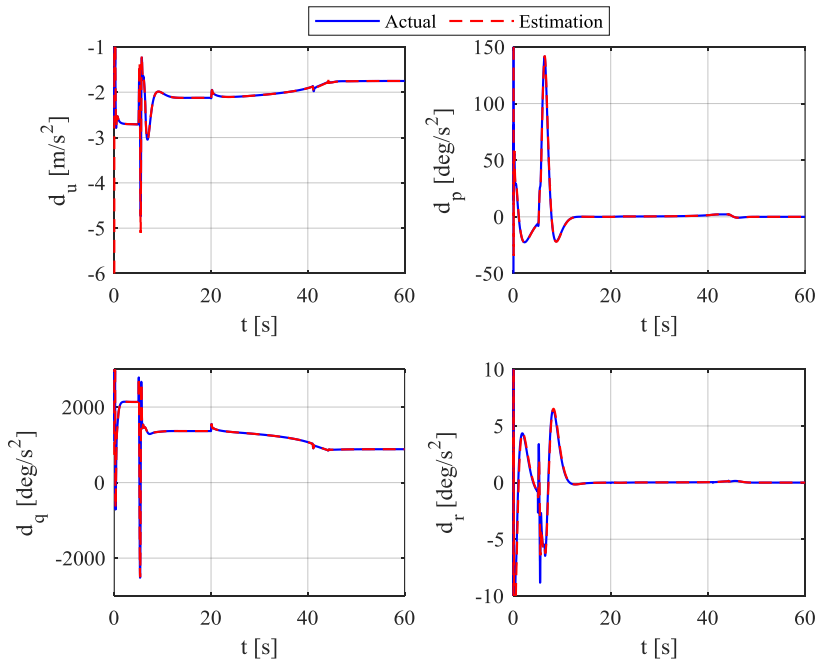
شکل ۱۳. زاویه شیب مسیر، زاویه حمله و زاویه انحراف جانبی شبیه‌سازی عملکرد مقاوم.



شکل ۱۴. انحراف جانبی و ارتفاع شبیه‌سازی عملکرد مقاوم.



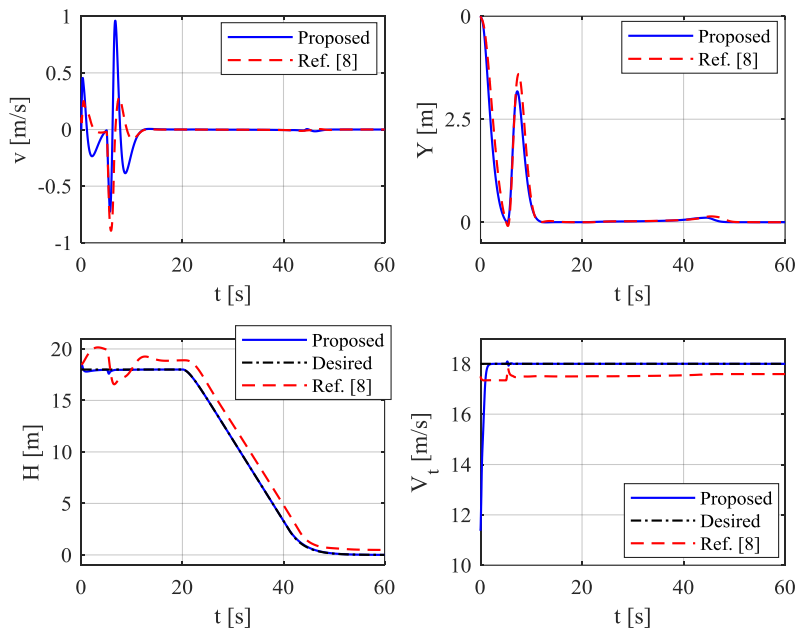
شکل ۱۵. ورودی‌های کنترلی شبیه‌سازی عملکرد مقاوم.



شکل ۱۶. تخمین اغتشاش خارجی و عدم قطعیت پارامتری شبیه‌سازی عملکرد مقاوم.

سرعت‌های خطی در شکل ۱۰ نشان داده شده است. با توجه به این شکل، سرعت طولی هواپیما u طوری تحت کنترل قرار می‌گیرد تا سرعت کل هواپیما نسبت به زمین V_t بعد از طی حالت گذرای اولیه در مقدار مطلوب ثابت حفظ شود. وظیفه جبران اثر باد در راستای طولی بر عهده سیستم پیشران قرار دارد. طبق قید گردش هماهنگ (۱۹)، بعد از هم‌راستا شدن هواپیما با باند فرود،

سرعت جانبی هواپیما نسبت به هوای اطراف v به صفر همگرا می شود ولی با توجه به وجود اغتشاش باد در جهت جانبی، سرعت جانبی نسبت به زمین $v + W_y$ دارای مقدار غیر صفر است. این سرعت جانبی غیر صفر به معنی حرکت لغزشی به جانب نیست زیرا مرکز جرم هواپیما در مسیر فرود قرار دارد، بلکه دماغه هواپیما نسبت به مسیر حرکت زاویه دارد؛ در واقع دماغه در خلاف جهت باد در راستای عرضی طوری می چرخد تا اثر باد را جبران کند. سرعت عمودی نسبت به زمین $w + W_z$ نیز از یک مقدار نزدیک به صفر در حالت بدون اغتشاش به مقدار بزرگ تر می رسد؛ یعنی دماغه هواپیما طوری در صفحه طولی زاویه می گیرد تا مولفه باد متناظر (W_z) را خنثی کند. شکل کلی تغییرات انحراف جانبی و ارتفاع هواپیما در شکل ۱۴، به غیر از زمان گذرا، تقریباً همانند روند تغییرات متغیرهای مربوطه در حالت بدون اغتشاش باد است. اغتشاش باد روی حالت گذرای زاویه شیب مسیر در شکل ۱۳ تاثیر نسبتاً کوچکی، در مقایسه با حالت بدون اغتشاش، بر جای می گذارد ولی بعد از حالت گذرا و هم راستا شدن با باند فرود، هواپیما در هر سه فاز فرود با زاویه شیب مسیر مطلوب حرکت می کند؛ زاویه پیچ در این حالت طوری تنظیم می شود تا اثر اغتشاش باد را خنثی کند. ورودی های کنترلی مربوط به حرکت عرضی $(\delta_a$ و δ_r) در شکل ۱۵ همانند قبل بعد از هم راستا شدن هواپیما با باند فرود، به صفر همگرا می شوند. ورودی کنترلی سیستم پیشران δ_t در شکل ۱۵ نیز برای غلبه بر اغتشاش باد، مقدار بزرگتری را نسبت به حالت بدون اغتشاش ثبت می کند ولی با این حال، به جز در زمان گذرای اولیه و زمان اولیه شروع تندباد، از مقدار بیشینه خود فاصله دارد. بنابراین با وجود اغتشاش حاصل از باد و عدم قطعیت پارامتری، کنترل پیشنهادی به لطف استفاده از رویکرد اغتشاش می تواند هواپیما را در تمام فازهای فرود در مسیر مطلوب هدایت کند. همانند حالت قبل، بعد از حالت گذرای هر فاز فرود، زوایای اولر و سرعت های زاویه ای هواپیما با مقادیر مطلوب متناظر برابر هستند.



شکل ۱۷. مقایسه عملکرد مقاوم کنترل کننده پیشنهادی با کنترل کننده در [۸].

نتیجه مقایسه کنترل پیشنهادی و کنترل در [۸] برای متغیرهای اصلی تحت کنترل یعنی سرعت جانبی نسبت به هوای اطراف v ، انحراف جانبی نسبت به باند فرود Y ، ارتفاع H و سرعت کل نسبت به زمین V_t در شکل ۱۷ نشان داده شده است. کنترل در [۸] نیز

از رویکرد برای تخمین مولفه‌های سرعت باد بهره می‌برد ولی روشی برای تخمین اثر عدم قطعیت پارامتری در آن لحاظ نشده است. از شکل ۱۷ می‌توان دریافت که تمام اهداف کنترلی برای سیستم فرود خودکار پیشنهادی در حضور عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش باد حاصل شده است ولی کنترل پیشنهادی در [۸] قادر به جبران کامل اثر عدم قطعیت روی حرکت عمودی (H) و طولی (V_T) نیست. از شکل ۱۶ می‌توان دریافت که جمله‌های عدم قطعیت محورهای رول و یاو (d_p و d_r) در (۵۹) بعد از همراستا شدن هواپیما با باند فرود به صفر می‌رسند زیرا بعد از زمان گذرا، مولفه سرعت عرضی باد W_y به کندی تغییر می‌کند. در نتیجه، روش پیشنهادی در [۸] نیز می‌تواند در حضور عدم قطعیت پارامتری، حرکت جانبی (Y و v) را به درستی کنترل کند اگر پارامترهای دینامیکی و سرعت عرضی باد در مقایسه با سرعت پاسخ کنترل کننده به کندی تغییر کنند.

۷- نتیجه گیری

در این پژوهش، یک سیستم فرود خودکار با استفاده از الگوریتم برگشت به عقب و کنترل مود لغزشی بر مبنای رویکرد اغتشاش برای یک هواپیمای بدون سرنشین بال-ثابت در معرض اغتشاش باد (قیچی باد و تندباد) و عدم قطعیت پارامتری ارائه شد. زاویه‌های وضعیتی (زاویه‌های اولر) توسط سیستم هدایت پرواز طوری تعیین شدند که هواپیما در تمام فازهای فرود در مسیر صحیح قرار گیرد. کنترل سرعت طولی با استفاده از کنترل مود لغزشی بر مبنای رویکرد اغتشاش و کنترل زاویه‌های اولر با استفاده از الگوریتم برگشت به عقب و مود لغزشی بر مبنای رویکرد اغتشاش انجام می‌گیرد. سرعت کل وسیله نسبت به زمین در تمام فازهای فرود توسط ساختار فرود پیشنهادی در مقدار ثابت حفظ شد. همچنین، انحراف جانبی نسبت به باند فرود حذف شد و هواپیمای بدون سرنشین قادر به حفظ شیب مسیر در مقدار مطلوب است. بنابراین، با توجه به رویکرد اغتشاش در ساختار کنترل مود لغزشی، تمام اهداف سیستم فرود خودکار با وجود اغتشاش باد و عدم قطعیت پارامتری، بدون ایجاد چترینگ در ورودی‌های کنترلی، برآورده می‌شود. همچنین، بررسی فازهای مختلف فرود تایید می‌کند که پیوستگی و همواری مسیر در حین انتقال بین فازها برقرار است. شبیه‌سازی‌های عددی نشان داد که ساختار کنترل و هدایت پیشنهادی می‌تواند اهداف کنترلی را نه تنها از دید عملکرد حالت ماندگار بلکه از دید عملکرد گذرای خطای ردیابی نیز برآورده سازد.

مراجع

- [۱] F. Santoso, M.A. Garratt & S.G. Anavatti, "State-of-the-Art Intelligent Flight Control Systems in Unmanned Aerial Vehicles," IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, vol. 15, no. 2, pp. 613-627, 2018 .
- [۲] M. Lungu & R. Lungu, "Application Of H₂/H_∞ Technique To Aircraft Landing Control," asian journal of control, vol. 17, no. 6, pp. 2153-2164, 2015 .
- [۳] M. Liu, G.K. Egan & F. Santoso, "Modeling, Autopilot Design, and Field Tuning of a UAV With Minimum Control Surfaces," IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 23, no. 6, pp. 2353-2360, 2015 .
- [۴] M. Lungu, "Backstepping and dynamic inversion combined controller for auto-landing of fixed wing UAVs," Aerospace Science and Technology, vol. 96, 2020, 105526 .
- M. Lungu, "Auto-landing of UAVs with variable centre of mass using the backstepping and dynamic inversion control," Aerospace Science and Technology, vol. 103, p. 105912, 2020 .
- [۶] J.A. de Bonfim Gripp & U.P. Sampaio, "Automatic landing of a UAV using Model Predictive Control for the surveillance of internal autopilot's controls," in International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Orlando, FL, USA, 2014 .
- [۷] S. Mathisen, K. Gryte, S. Gros, and T. A. Johansen , "Precision Deep-Stall Landing of Fixed-Wing UAVs Using Nonlinear Model Predictive Control," Journal of Intelligent & Robotic Systems, vol. 101, 2021 .
- [۸] M. Lungu, "Auto-landing of fixed wing unmanned aerial vehicles using the backstepping control," ISA Transactions, vol. 95, pp. 194-210, 2019 .
- [۹] Z. Zhen, G. Tao, C. Yu & Y. Xue, "A multivariable adaptive control scheme for automatic carrier landing of UAV," Aerospace Science and Technology, vol. 92, pp. 714-721, 2019 .
- [۱۰] M. Lungu, "Backstepping and dynamic inversion control techniques for automatic landing of fixed wing unmanned aerial vehicles," Aerospace Science and Technology, vol. 120, 2022, 107261 .
- [۱۱] Zhonghua Wu, and et. al, "Composite prescribed performance control of small unmanned aerial vehicles using modified nonlinear disturbance observer," ISA Transactions, vol. 116, pp. 30-45, 2021 .
- [۱۲] A.R. Babaei, M.Mortazavi & M.H. Moradi, "Classical and fuzzy-genetic autopilot design for unmanned aerial vehicles," Applied Soft Computing, vol. 11, no. 1, pp. 365-372, 2011 .
- [۱۳] S. Li, Y. Wang, J. Tan & Y. Zheng, "Adaptive RBFNNs/integral sliding mode control for a quadrotor aircraft," Neurocomputing, vol. 216, pp. 126-134, 2016 .
- [۱۴] J. Arantes, M. Arantes, C. Toledo & B. Williams, "A Multi-population Genetic Algorithm for UAV Path Re-planning under Critical Situation," in IEEE 27th International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI), Vietri sul Mare, Italy, 2015 .
- [۱۵] P. Ambati & R. Padhi, "A Neuro-Adaptive Augmented Dynamic Inversion Design for Robust Auto-Landing," IFAC Proceedings Volumes, vol. 47, no. 3, pp. 12202-12207, 2014 .
- [۱۶] Z. Guan, Y. Ma, Z. Zheng & N. Guo, "Prescribed performance control for automatic carrier landing with disturbance," Nonlinear Dynamics, vol. 94, p. 1335-1349, 2018 .

- [۱۷] C. Wang, B. Song, P. Huang & C. Tang, "Trajectory Tracking Control for Quadrotor Robot Subject to Payload Variation and Wind Gust Disturbance," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 83, p. 315–333, 2016 .
- [۱۸] P.R. Ambati, and R. Padhi, "Robust auto-landing of fixed-wing UAVs using neuro-adaptive design," *Control Engineering Practice*, vol. 60, pp. 218-232, 2017 .
- [۱۹] S.A Emami, and et. al., "Disturbance observer-based adaptive neural guidance and control of an aircraft using composite learning," *Control Engineering Practice*, vol. 134, 2023, 105463 .
- [۲۰] R.W. Beard and T.W. McLain, *Small Unmanned Aircraft Theory and Practice*, Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 2012 .
- [۲۱] H. An, J. Liu, C. Wang, and L. Wu, "Approximate Back-Stepping Fault-Tolerant Control of the Flexible Air-Breathing Hypersonic Vehicle," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 21, no. 3, pp. 1680 - 1691, 2016 .
- [۲۲] W. Chen and L. Guo, "Analysis of disturbance observer based control for nonlinear systems under disturbances with bounded variation," in *Proceedings of International Conference on Control*, Bath, England, 2004 .