

# طراحی کنترل کننده مدلغزشی تطبیقی زمان محدود برای کنترل بردار رانش



دانشگاه صنعتی سهند

DOR:

[20.1001.1.23223146.1401.9.2.1.9](https://doi.org/10.1001.1.23223146.1401.9.2.1.9)

نشریه علمی غیرخطی در مهندسی برق

دوره ۱۰ - شماره ۲

پاییز و زمستان ۱۴۰۲

صفحات ۷۴ الی ۱۰۰

ISSN: 2322-3146

<http://journals.sut.ac.ir/jnsee>

محمد اسعدی<sup>۱</sup>، وحید بهنام گل<sup>۲</sup> و احمد رضا ولی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مجتمع دانشگاهی مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

m.asadi9776@gmail.com

۲- نویسنده مسئول، استادیار، مرکز تحقیقات انرژی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دماوند

vahidbehnamgol@gmail.com

۳- دانشیار، مجتمع دانشگاهی مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

vali@mut.ac.ir

## چکیده

## واژه‌های کلیدی

کنترل بردار رانش یک روش خاص برای تغییر وضعیت و موقعیت در اجسام پرنده است که در برخی از پرنده‌ها تنها این روش قابل اعمال می‌باشد. این سیستم‌ها نیاز به کنترل پس‌خور دارند و منجر به مانورپذیری بهتر پرنده می‌شوند. در این مقاله کنترل کننده مدلغزشی تطبیقی زمان محدود برای کنترل بردار رانش یک جسم پرنده ارائه شده است. روش مدلغزشی استاندارد نیاز به اطلاعاتی درباره‌ی حد بالای عدم قطعیت‌های سیستم دارد و همچنین این روش باعث ایجاد وزوز شدید در سیگنال کنترلی می‌شود. روش مدلغزشی تطبیقی استاندارد مشکل نیاز به حد بالای عدم قطعیت را حل کرده است و دامنه‌ی وزوز را نیز کاهش می‌دهد، اما این روش پایداری زمان محدود را تضمین نمی‌کند. در این مقاله از نوع زمان محدود مدلغزشی تطبیقی برای کنترل بردار رانش استفاده شده است. این روش بدون نیاز به اطلاعات کران بالای عدم قطعیت‌های سیستم، پایداری زمان محدود را تضمین کرده و زمان همگرایی خطای ردیابی و تخمین وابسته به شرایط اولیه، قابل محاسبه است. عملکرد سیستم کنترل بردار رانش پیشنهادی با انجام شبیه‌سازی رایانه‌ای بررسی شده و کارایی آن در مقایسه با روش‌های دیگر نشان داده شده است.

سیستم کنترل بردار رانش،

مدلغزشی تطبیقی،

وزوز،

عدم قطعیت،

پایداری زمان محدود.



Sahand University  
of Technology

DOR:

[20.1001.1.23223146.1401.9.2.1.9](https://doi.org/10.1001.1.23223146.1401.9.2.1.9)

Journal of Nonlinear  
Systems in Electrical  
Engineering

Vol.10, No.2

Autumn and Winter 2023

ISSN: 2322 – 3146

<http://journals.sut.ac.ir/jnsee>

# Design of Finite Time Adaptive Sliding Model Controller for Thrust Vector Control

Mohammad Asadi<sup>1</sup>, Vahid Behnamgol<sup>2</sup> and Ahmadreza vali<sup>3</sup>

<sup>1</sup>MSc student, University Complex of Electrical and Computer Engineering, Malek Ashtar University of Technology, m.asadi9776@gmail.com

<sup>2</sup>**Corresponding Author**, Assistant Professor, Renewable Energy Center, Islamic Azad University Damavand Branch, vahidbehnamgol@gmail.com

<sup>3</sup>Associate Professor, University Complex of Electrical and Computer Engineering, Malek Ashtar University of Technology, vali@mut.ac.ir

## ABSTRACT

### Keywords

thrust vector control system,  
adaptive sliding model,  
chattering,  
uncertainty,  
finite time stability.

Thrust vector control is a special method to change the attitude and position of flying objects, which can only be applied in some missions. These systems require feedback control and lead to better maneuverability. In this paper, a finite time adaptive sliding model controller is presented to control the thrust vector of a flying object. The first-order sliding model method requires information about the upper bound of system uncertainties and also this method causes chattering in the control signal. The standard adaptive sliding model method has solved the problem of the need for the uncertainty bound and also reduces the chattering range. But this method does not guarantee finite time stability. In this article, the finite-time version of adaptive sliding model is used to control the thrust vector. This method guarantees finite-time stability without the need for upper bound information of system uncertainties, and in it, the convergence time of the tracking error and estimation depending on the initial conditions can be calculated. The performance of the proposed thrust vector control system has been investigated by computer simulation and its efficiency is shown in comparison to other methods.

## ۱- مقدمه

حرکت یک پرنده در مسیر پروازی مشخص توسط سیستم های ناوبری، هدایت و کنترل انجام می شود. برای رساندن یک وسیله به یک نقطه مشخص و یا یک نقطه و سرعت مشخص، باید مسیر حرکت آن کنترل شود. هدایت یک وسیله به معنای تولید فرامین لازم جهت کنترل مسیر آن است [۱]. سیستم ناوبری سرعت و موقعیت لحظه ای وسیله را نسبت به یک دستگاه مرجع محاسبه می کند و در اختیار سیستم هدایت قرار می دهد. وظیفه سیستم کنترل، پایدارسازی وسیله و اجرای فرامین تولیدشده توسط سیستم هدایت است. سیستم کنترل مجموعه ای شامل حسگرهای کنترلی، کنترل کننده (یا منطق کنترلی) و سرومکانیزم است.

در مواقعی که چگالی هوا کم است، سیستم کنترل بردار رانش<sup>۱</sup> یکی از مهم ترین سیستم های کنترل وضعیت اجسام پرنده برای تولید شتاب مانور بالا می باشد. برای مثال در [۲] برای رهگیری موشک و در [۳، ۴] برای تنظیم موقعیت ماهواره از این سیستم استفاده شده است. سیستم کنترل بردار رانش نیروهای جانبی مورد نیاز برای تغییر سریع مسیر پروازی را با تغییر جهت بردار رانش فراهم می کند [۵]. معادلات محور طولی یک موشک مبتنی بر کنترل بردار رانش در [۶] ارائه شده است. معادلات دینامیکی ارائه شده شامل ضرایب آیرودینامیکی می باشد که این ضرایب به همراه برخی از پارامترهای متغیر با زمان سیستم باعث ایجاد عدم قطعیت می شود. در این حالت تضمین پایداری در حضور نامعینی ضروری است.

در منبع [۷] یک جسم پرنده مبتنی بر بردار رانش که در داخل و خارج از جو پرواز می کند، مورد بحث قرار گرفته است. این مقاله از فیدبک خطی ساز برای این سیستم استفاده کرده است. این کنترل کننده توانایی دفع اغتشاشات محیطی و نامعینی های مدل را ندارد. مقاله [۸] سیستم یک راکت سوخت جامد مبتنی بر بردار رانش را بررسی کرده است. در قسمت طراحی یک کنترل کننده PID<sup>۲</sup> فازی برای این راکت ارائه شده است، که در آن مقادیر بهره های PID با استفاده از منطق فازی با گذشت زمان تنظیم می شود. روش PID برای سیستم های خطی استفاده می شود ولی مدل راکت غیرخطی است پس برای طراحی PID نیاز است که ابتدا سیستم خطی گردد که در این فرایند از بسیاری از مقادیر صرف نظر می شود که نامطلوب است. در مرجع [۹] یک راکت سوخت جامد که از هر دو روش بردار رانش و کنترل آیرودینامیکی بهره می برد، شده است. این راکت از بردار رانش با نازل متحرک برای کنترل وضعیت استفاده می کند، اما بعد از اتمام سوخت بردار رانش به شدت قدرت کنترلی راکت را کاهش می دهد به همین دلیل استفاده از بالک های آیرودینامیکی برای بهبود کنترل راکت در این مرحله ضروری است. این مطالعه بعد از مدل کردن کانال فراز<sup>۳</sup> به طراحی کنترل کننده LQR<sup>۴</sup> پرداخته است. این مقاله از مدل خطی شده استفاده کرده است که همان طور که قبلاً گفته شد مطلوب نیست و همچنین کنترل کننده LQR در برابر اغتشاشات محیط و نامعینی های مدل مقاوم نیست. در منبع [۱۰] یک نوع کنترل کننده PID برای یک موشک بالستیک مبتنی بر بردار رانش ارائه شده است. در این مطالعه مقادیر بهره های PID توسط الگوریتم ژنتیک<sup>۵</sup> به دست می آیند. مدل

<sup>1</sup> Thrust vector control

<sup>2</sup> Proportional-Integral-Derivative

<sup>3</sup> Pitch

<sup>4</sup> Linear-quadratic-regulator

<sup>5</sup> Genetic algorithm

استفاده شده در این مقاله خطی (تابع تبدیل) است که مطلوب نیست و همچنین به دلیل استفاده از الگوریتم ژنتیک تحلیل پایداری حلقه بسته مبهم می‌باشد. در مقاله [۶] یک کنترل کننده PID مرتبه کسری برای کانال فراز یک موشک مبتنی بر بردار رانش طراحی شده است. این مقاله یک مدل دقیق و جامع برای کانال فراز این موشک ارائه کرده است اما در قسمت طراحی توضیح خاصی درباره مراحل طراحی کنترل کننده برای این سیستم غیرخطی و چگونگی دفع اغتشاشات و نامعینی‌های سیستم توسط کنترل کننده PID مرتبه کسری داده نشده است.

در طول دو دهه گذشته توسعه کنترل کننده‌های خطی و غیرخطی، امکان دستیابی به ردیابی با دقت بالا را فراهم کرده است [۱۱، ۱۲]. با این حال به دلیل وجود عدم قطعیت‌ها، برای اطمینان از دقت بالای ردیابی استفاده از کنترل کننده‌های مقاوم ضروری می‌باشد. یکی از شناخته شده‌ترین و قدرتمندترین روش‌های غیرخطی برای مقاوم سازی سیستم‌ها، روش مدلغزشی می‌باشد. روش مدلغزشی کاربرد بسیار زیادی در کنترل سیستم‌های غیرخطی دارای عدم قطعیت دارد [۱۳].

یکی از چالش‌های مدلغزشی مرتبه اول<sup>۱</sup> نیاز به اطلاع از کران بالای عدم قطعیت می‌باشد. اخیراً استفاده از کنترل کننده‌های مدلغزشی با بهره تطبیقی بسیار رایج شده است. در این روش بهره کنترل کننده متناسب با مقدار عدم قطعیت تغییر می‌کند و نیازی به دانستن کران بالای عدم قطعیت نیست. اما چالش اصلی در این روش، تضمین پایداری زمان محدود و ارائه زمان همگرایی می‌باشد. در مرجع [۱۴] دو الگوریتم مدلغزشی جدید ارائه شده است که علاوه بر استفاده از بهره تطبیقی و عدم نیاز به کران بالای عدم قطعیت، پایداری زمان محدود تضمین شده است و زمان همگرایی محاسبه شده است.

با جمع بندی مرور کارهای انجام شده در خصوص کنترل بردار رانش می‌توان دریافت که اغلب از الگوریتم‌های خطی برای این منظور استفاده گردیده است. این روش‌ها نیازمند خطی سازی حول یک نقطه‌ی کار هستند و کارایی آن‌ها با فاصله گرفتن از شرایط کاری سیستم از نقطه‌ی کار، کاهش می‌یابد. لذا در این مقاله از روش مدلغزشی به دلیل غیرخطی و مقاوم بودن برای کنترل سیستم بردار رانش موشک استفاده شده است. روش مدلغزشی مرتبه اول به دلیل نیاز به کران بالای نامعینی، موانع زیادی در پیاده سازی ایجاد می‌کند، به همین خاطر در این مقاله از الگوریتم‌های مدلغزشی با بهره‌های تطبیقی استفاده شده است. البته تئوری‌های مورد استفاده در این مقاله یک نوع بهبود یافته از روش مدلغزشی تطبیقی بوده که در مراجع ارائه گردیده و برخلاف روش مدلغزشی تطبیقی استاندارد قادر به تضمین پایداری زمان محدود خطای ردیابی و خطای تخمین می‌باشد. بنابراین، هدف اصلی این مقاله طراحی کنترل کننده مدلغزشی تطبیقی زمان محدود<sup>۲</sup>، برای کنترل بردار رانش یک موشک خاص است برای این منظور معادلات دینامیکی یک موشک مبتنی بر بردار رانش ارائه شده و کنترل کننده پیشنهادی برای این مدل طراحی می‌گردد. همچنین پایداری زمان محدود اثبات و زمان همگرایی محاسبه شده است. عملکرد روش پیشنهادی با انجام شبیه سازی رایانه‌ای با روش‌های دیگر مقایسه می‌گردد.

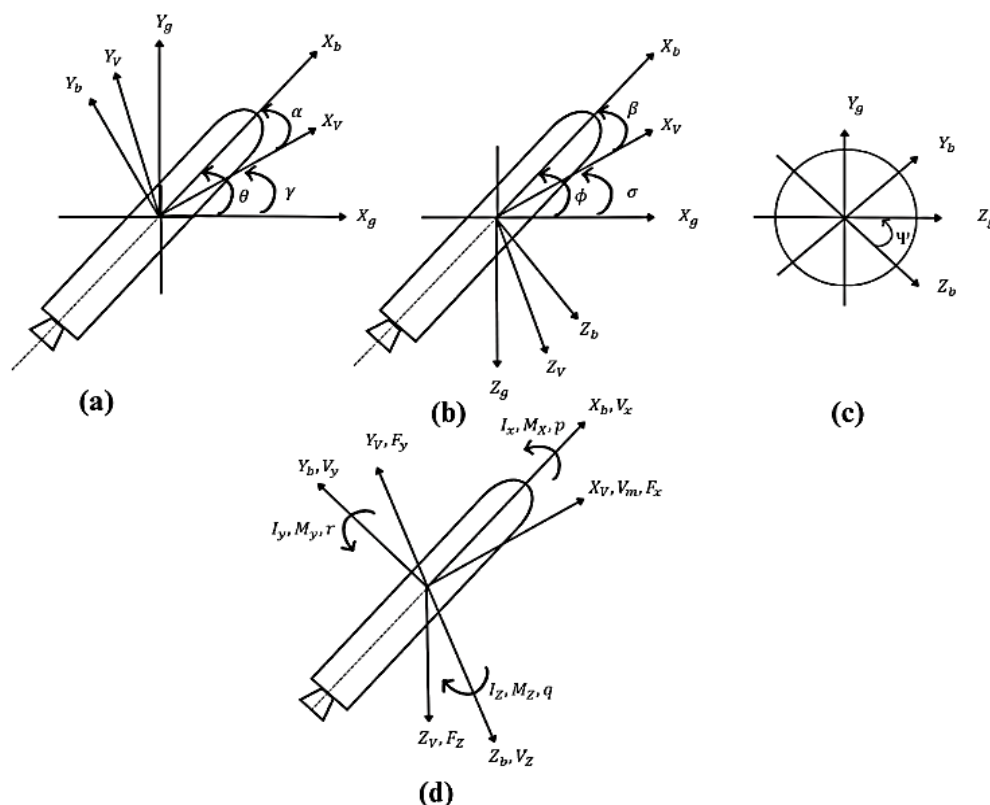
در ادامه در بخش دوم، مدل دینامیکی موشک مبتنی بر بردار رانش ارائه می‌گردد. در بخش سوم کنترل مدلغزشی تطبیقی زمان محدود برای موشک مبتنی بر بردار رانش طراحی شده است. سپس در بخش چهارم نتایج شبیه سازی نمایش داده می‌شود و عملکرد روش‌ها با یکدیگر مقایسه می‌شوند. در نهایت در بخش پنجم نیز نتیجه گیری بیان شده است.

<sup>1</sup> First order sliding mode

<sup>2</sup> Finite Time Adaptive Sliding Mode

## ۲- مدل دینامیکی موشک مبتنی بر بردار رانش

در این قسمت مدل یک موشک مجهز به بردار رانش مورد بحث قرار می‌گیرد. سیستم کنترل بردار رانش در بسیاری از موشک‌های سوخت جامد و مایع مورد استفاده قرار می‌گیرد. موشک می‌تواند با استفاده سیستم کنترل بردار رانش در موقعیت مناسب پرواز کند [۱۵، ۱۶]. بدنه، سرعت و مختصات زمین موارد ضروری برای تحلیل ریاضی معادلات حرکت موشک می‌باشد. پایه و اساس این مختصات برای موشک مرکز جاذبه می‌باشد. زوایای بین مختصات‌های مختلف به همراه محورهای دستگاه مختصات بدنی و سرعت به همراه ممان‌ها، نیروها و دیگر مقادیر در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۱- (a) صفحه‌ی فراز، (b) صفحه‌ی سمت، (c) صفحه‌ی غلت و (d) دستگاه مختصات، نیروها و ممان‌ها [۶]

در مختصات زمین  $X_g$  و  $Z_g$  در صفحه افقی و  $Y_g$  در صفحه عمودی قرار دارد. در مختصات بدنی محور  $X_b$  بر خطی که از مرکز موشک می‌گذرد منطبق است و بیانگر محور غلت<sup>۱</sup> می‌باشد. محور  $Z_b$  بر  $X_b$  در صفحه افق عمود است و بیانگر محور فراز می‌باشد. محور  $Y_b$  نیز بیانگر محور سمت<sup>۲</sup> می‌باشد. مختصات بدنی نسبت به موشک ثابت است و با آن حرکت می‌کند. در مختصات سرعت  $X_v$  در جهت سرعت موشک می‌باشد [۱۷]. صفحه فراز سطح  $X - Y$  می‌باشد و صفحه سمت سطح  $X - Z$  می‌باشد و سطح  $Y - Z$  صفحه غلت می‌باشد. مختصات زمینی و مختصات بدنی توسط زوایای  $\psi$ ،  $\theta$  و  $\phi$  به هم مربوط می‌شوند. مختصات زمینی و مختصات سرعت توسط زوایای  $\sigma$  و  $\gamma$  به هم مربوط می‌شود. مختصات سرعت و

<sup>1</sup> Roll

<sup>2</sup> Yaw

مختصات بدنی در صفحه فراز توسط زاویه حمله<sup>۱</sup> و در صفحه سمت توسط زاویه لغزش جانبی<sup>۲</sup> به هم مربوط می شوند. رابطه‌ی بین مختصات سرعت و بدنی به صورت رابطه‌ی (۱) به دست می آید:

$$\begin{bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) \cos(\alpha) & \cos(\beta) \sin(\alpha) & -\sin(\beta) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ \sin(\beta) \cos(\alpha) & \sin(\beta) \sin(\alpha) & \cos(\beta) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_V \\ Y_V \\ Z_V \end{bmatrix} \quad (1)$$

که  $\alpha$  زاویه حمله،  $\beta$  زاویه لغزش جانبی و  $\psi$ ،  $\theta$  و  $\phi$  زوایای اوایلر (غلت، فراز و سمت) می باشد.

معادلات شش درجه آزادی یک موشک در رابطه‌های (۲) تا (۱۵) آمده است [۶، ۱۸]:

$$F_x = m\dot{V}_m \quad (2)$$

$$F_y = m\dot{V}_m\dot{\gamma} \quad (3)$$

$$F_z = -mV_m \cos(\gamma)\dot{\sigma} \quad (4)$$

$$M_x = I_x\dot{p} - (I_y - I_z)r\dot{q} \quad (5)$$

$$M_y = I_y\dot{r} - (I_z - I_x)q\dot{p} \quad (6)$$

$$M_z = I_z\dot{q} - (I_x - I_y)p\dot{r} \quad (7)$$

$$\dot{X} = V_m \cos(\gamma) \cos(\sigma) \quad (8)$$

$$\dot{Y} = V_m \sin(\gamma) \quad (9)$$

$$\dot{Z} = -V_m \cos(\gamma) \sin(\sigma) \quad (10)$$

$$\dot{\phi} = (r \cos(\psi) - q \sin(\psi)) / \cos(\theta) \quad (11)$$

$$\dot{\theta} = r \sin(\psi) + q \cos(\psi) \quad (12)$$

$$\dot{\psi} = p - \tan(\theta) (r \cos(\psi) - q \sin(\psi)) \quad (13)$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\theta} - \dot{\gamma} \quad (14)$$

$$\dot{\beta} = \dot{\gamma} - \dot{\sigma} \quad (15)$$

در این معادلات  $M_x$ ،  $M_y$  و  $M_z$  ممان‌ها  $[N.m]$ ،  $F_x$ ،  $F_y$  و  $F_z$  نیروها  $[N]$ ،  $I_x$ ،  $I_y$  و  $I_z$  ممان‌های اینرسی ارتفاع موشک  $[m]$  و  $m$  جرم موشک  $[kg]$  است. در موشک، نیروها و ممان‌ها به واسطه‌ی جاذبه، آیرودینامیک و رانش به وجود می آیند. این نیروها و ممان‌ها در معادلات (۱۶) تا (۲۱) آورده شده است [۷، ۱۷]:

$$F_x = T \cos(\alpha - \delta_\alpha) - \cos(\beta - \delta_\beta) - QS (C_{x0} + C_x(\alpha^2 + \beta^2)) - mg \sin(\gamma)$$

<sup>1</sup> Angle of attack

<sup>2</sup> Sideslip angle

$$F_y = T \sin(\alpha - \delta_\beta) + QSC_y \alpha - mg \cos(\phi) \quad (17)$$

$$F_z = -T \cos(\alpha - \delta_\alpha) \sin(\beta - \delta_\beta) - QSC_z \beta \quad (18)$$

$$M_x = DQSm_{x0} \frac{pD}{2V_m} \quad (19)$$

$$M_y = -T \cos(\delta_\alpha) \sin(\delta_\beta) X_{cg} + DQS \left( m_{y\beta} + m_{y\beta} + m_{y0} \frac{rD}{v_m} \right) \quad (20)$$

$$M_z = T \sin(\delta_\alpha) X_{cg} + DQS \left( m_{z\alpha} + m_{z0} \frac{qD}{v_m} \right) \quad (21)$$

در این معادلات  $m_{z0}$  و  $m_{z\alpha}$ ،  $m_{y0}$ ،  $m_{y\beta}$ ،  $m_{x0}$  ضرایب ممان‌های آیرودینامیکی،  $C_x$ ،  $C_x0$ ،  $C_y$  و  $C_z$  ضرایب نیرو آیرودینامیکی،  $S$  مساحت سطح مرجع  $[m^2]$ ،  $D$  بیش‌ترین مقدار قطر بدنه  $[m]$ ،  $Q$  فشار دینامیکی  $[kg/m \cdot sec^2]$ ،  $\delta_\alpha$  زاویه انحراف نازل فراز  $[deg]$ ،  $\delta_\beta$  زاویه انحراف نازل سمت  $[deg]$ ،  $T$  نیروی رانش  $[N]$ ،  $X_{cg}$  فاصله بین نازل و مرکز جرم  $[m]$  و  $g$  ثابت شتاب جاذبه است. از آنجایی که معادلات شش درجه آزادی را می‌توان به صورت معادلات طولی و عرضی تقسیم بندی کرد، معادلات غیرخطی در کانال فراز در (۲۲) آمده‌است [۶]:

$$\dot{\theta} = q \quad (22)$$

$$\dot{q} = \frac{QSDm_{z\alpha}}{I_z} \alpha + \frac{QSD^2m_{z0}}{I_zV_m} \omega_z + \frac{TX_{cg}}{I_z} \sin(\delta_\alpha)$$

$$\dot{\alpha} = -\frac{QSC_y}{mV_m} \alpha - \frac{T}{mV_m} \sin(\alpha - \delta_\alpha) + q + \frac{g}{V_m} \cos(\theta - \alpha)$$

در این مدل دو نوع اغتشاش وجود دارد:

- اغتشاش ناشی از تداخل کانال‌های دیگر به صورت عبارت  $d_1$  در معادله  $\dot{\theta}$  وارد می‌شود.
- اغتشاش باد ( $d_2$ ) به صورت شکل زیر در خلاف جهت سرعت موشک وارد می‌شود. تغییرات این اغتشاشات به صورت زیر می‌باشد.

با در نظر گرفتن تقریب  $\sin(\delta_\alpha) = \delta_\alpha$  و اغتشاشات ذکر شده، معادلات حالت موشک به صورت (۲۳) تعمیم

خواهد یافت [۱۹]:

$$\dot{\theta} = q + d_1 \quad (23)$$

$$\dot{q} = \frac{QSD(m_{z\alpha})}{I_z} \alpha + \frac{QSD^2(m_{z0})}{I_z(V_m - d_2)} \omega_z + \frac{TX_{cg}}{I_z} \delta_\alpha$$

$$\dot{\alpha} = -\frac{QS(C_y)}{m(V_m - d_2)} \alpha - \frac{T}{m(V_m - d_2)} \sin(\alpha - \delta_\alpha) + q + \frac{g}{V_m - d_2} \cos(\theta - \alpha)$$

### ۳- طراحی سیستم کنترل

در این بخش ابتدا اصول تئوری کنترل مدلغزشی تطبیقی زمان محدود بیان می‌شود، سپس کنترل کننده مورد نظر بر روی مدل دینامیکی موشک مبتنی بر بردار رانش که در بخش قبل ارائه شده است، اعمال می‌گردد.

#### ۳-۱- کنترل مدلغزشی تطبیقی زمان محدود

سیستم غیرخطی (۲۴) را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + d(t) \quad (24)$$

که بردار متغیرهای حالت،  $u$  بردار ورودی،  $f(x)$  و  $g(x)$  برداری از توابع غیرخطی و  $d(t)$  نامعینی‌های سیستم می‌باشند. برای تشریح کنترل کننده فرض می‌شود:

- متغیر لغزش به صورت  $s = s(x, t)$  وجود دارد به نحوی که با برقراری  $s = s(x, t) = 0$  سیستم (۲۴) رفتار دینامیکی مطلوبی خواهد داشت.  $s = s(x, t) = 0$  متغیر لغزش نامیده شده و با رسیدن به متغیر لغزش، سیستم در فاز لغزش<sup>۱</sup> قرار خواهد گرفت.
- دینامیک متغیر لغزش به صورت (۲۵) نوشته خواهد شد:

$$\dot{s} = \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} f(x) + \frac{\partial s}{\partial x} g(x)u = a(x, t) + b(x, t)u \quad (25)$$

درجه‌ی نسبی دینامیک متغیر لغزش نسبت به ورودی کنترل  $u$  برابر با یک بوده و همچنین دینامیک‌های داخلی پایدار هستند.

- تابع  $b(x, t)$  معین است و تابع نامعین  $a(x, t)$  در (۲۶) داده می‌شود:

$$a(x, t) = \bar{a}(x, t) + d(t) \quad (26)$$

با توجه به رابطه‌ی (۲۶)، دینامیک متغیر لغزش را می‌توان به صورت (۲۷) بازنویسی نمود:

$$\dot{s} = \bar{a}(x, t) + d(t) + b(x, t)u \quad (27)$$

که در آن  $\bar{a}(x, t)$  و  $d(t)$  به ترتیب بخش‌های معین و نامعین  $a(x, t)$  هستند. همچنین فرض می‌کنیم نامعینی دارای کران بالا به صورت  $|d| \leq L_d$  می‌باشد. کنترل کننده  $u$  باید به نحوی طراحی گردد که متغیر لغزش  $s = s(x, t)$  را در حضور نامعینی  $d(t)$  در مدت زمان محدودی به صفر رسانده و حفظ کند. برای این منظور کنترل مدلغزشی استاندارد در رابطه‌ی (۲۸) معرفی گردیده است:

$$u = \frac{1}{b(x, t)} [-\bar{a}(x, t) - k \text{sign}(s)] \quad (28)$$

که در آن  $k = L_d + \eta$  در نظر گرفته می‌شود. با قرار دادن ورودی کنترل (۲۸) در رابطه‌ی (۲۷) خواهیم داشت:

$$\dot{s} = d(t) - k \text{sign}(s) \quad (29)$$

<sup>1</sup> Sliding Phase



برای بررسی پایداری زمان محدود متغیر لغزش، ابتدا تابع کاندید لیاپانوف به صورت (۳۰) تعریف می گردد:

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (30)$$

که یک تابع مثبت معین است. برای تضمین همگرایی زمان محدود متغیر لغزش، شرط

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial s} \dot{s} = s\dot{s} \leq -\eta|s| \quad (31)$$

باید برقرار گردد که در آن  $\eta$  یک ثابت مثبت است. با انتگرال گیری از طرفین شرط لغزش (۳۱)، زمان همگرایی متغیر لغزش در (۳۲) محاسبه شده است:

$$t_r \leq \frac{|s(0)|}{\eta} \quad (32)$$

مدت زمان صفر شدن متغیر لغزش با تغییر مقدار پارامتر  $\eta$  قابل تنظیم است. محاسبه بهره  $k$  در معادله (۲۸) نیازمند اطلاع از کران بالای عدم قطعیت های سیستم می باشد [۲۰, ۲۱].

اگر محدوده عدم قطعیت های سیستم در دسترس نباشد، روش مدلغزشی تطبیقی می تواند مورد استفاده قرار بگیرد. این روش در سال های اخیر به منظور تنظیم تطبیقی بهره ی مدلغزشی ارائه شده است [۱۴]. در این روش ورودی کنترل (۳۳) برای سیستم (۲۴) در نظر گرفته می شود.

$$u = \frac{1}{b(x,t)} (-\bar{a}(x,t) - \hat{k}(t) \text{sign}(s)) \quad (33)$$

$$\dot{\hat{k}}(t) = k_0 |s|$$

$$k_0 > 0$$

با قرار دادن این ورودی کنترل در رابطه (۲۷) داریم:

$$\dot{s} = -\hat{k}(t) \text{sign}(s) + d(t) \quad (34)$$

$$\dot{\hat{k}}(t) = k_0 |s|$$

برای بررسی پایداری سیستم (۳۳) تابع کاندید لیاپانوف به صورت رابطه (۳۵) در نظر گرفته می شود.

$$V = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2k_0} (\hat{k} - L_d)^2 \quad (35)$$

مشتق این تابع لیاپانوف به صورت (۳۶) است:

$$\dot{V} = s\dot{s} + \frac{1}{k_0} (\hat{k} - L_d) \dot{\hat{k}} = s(-\hat{k} \text{sign}(s) + d(t)) + \frac{1}{k_0} (\hat{k} - L_d) k_0 |s| \quad (36)$$

$$= -\hat{k}|s| + d(t)s + \hat{k}|s| - L_d |s| = +d(t)s - L_d |s| \leq 0$$

بنابراین  $S$  و  $\hat{k} - L_d$  پایدار هستند. با استفاده از ورودی کنترلی (۳۳) علاوه بر اینکه همگرایی متغیر لغزش تضمین می شود، بهره  $\hat{k}$  نیز به کران بالای عدم قطعیت همگرا می شود [۲۲].

همان طور که مشاهده گردید مدلغزشی تطبیقی استاندارد فقط پایداری متغیر لغزش و بهره ی تطبیقی را تضمین کند و قادر به تضمین پایداری زمان محدود نمی باشد. به این منظور در این قسمت دو نوع مدلغزشی تطبیقی معرفی می گردد که قادر می باشد که پایداری زمان محدود را تضمین کند و زمان همگرایی را محاسبه کند.

## • روش اول

ورودی کنترلی (۲۹) را در نظر بگیرید. بهره  $\hat{k}$  به صورت (۱) و (۲) تعریف می شود:  
۱. اگر  $|s| \neq 0$ ، خواهیم داشت:

$$\dot{\hat{k}} = \bar{K}_1 \cdot |s| \quad (۳۷)$$

که در آن  $\bar{K} > 0$  و  $\hat{k}(0) > 0$  می باشد.  
۲. اگر  $s = 0$ ، خواهیم داشت:

$$\hat{k}(t) = \bar{K}_2 \cdot |\eta| + \bar{K}_3 \quad (۳۸)$$

$$\tau \dot{\eta} + \eta = \text{sign}(s)$$

که در آن  $\bar{K}_2 > 0$ ،  $\bar{K}_3 > 0$  و  $\tau > 0$  می باشد [۱۴].

ابتدا بهره  $\hat{k}$  طبق معادله (۳۷) تا اندازه ای که بتواند با اغتشاشات و نامعینی ها مقابله کند افزایش پیدا می کند. در ثانیه  $t_1$  یعنی زمانی که سطح لغزش به صفر می رسد بهره  $\hat{k}$  طبق معادله (۳۸) محاسبه خواهد شد. این روش باعث کاهش بهره  $\hat{k}$  و تنظیم به اندازه ای آن برای دفع اغتشاشات و نامعینی ها خواهد شد.

اثبات پایداری در دو مرحله بررسی می شود.

• فرض می کنیم که  $s(0) \neq 0$  دینامیک  $\hat{k}$  از معادله (۳۷) به دست می آید. تابع لیاپانوف (۳۹) را در نظر می گیریم  
 $\hat{k}(t) \leq K^*$  یک عدد مثبت است:

$$V = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2\gamma} (\hat{k} - K^*)^2 \quad (۳۹)$$

از قبل می دانیم که  $|d| \leq L_d$ . در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s \cdot d - s \cdot \hat{k} \cdot \text{sign}(s) + \frac{1}{\gamma} (\hat{k} - K^*) \cdot \bar{K}_1 \cdot |s| \leq L_d \cdot |s| - \hat{k} \cdot |s| + \frac{1}{\gamma} (\hat{k} - K^*) \cdot \bar{K}_1 \cdot |s| \\ &= L_d \cdot |s| - \hat{k} \cdot |s| + K^* \cdot |s| - K^* \cdot |s| + \frac{1}{\gamma} (\hat{k} - K^*) \cdot \bar{K}_1 \cdot |s| \\ &= (L_d - K^*) \cdot |s| + (\hat{k} - K^*) \cdot \left(-|s| + \frac{\bar{K}_1}{\gamma} \cdot |s|\right) \end{aligned}$$

برای  $t > 0$  خواهیم داشت  $\hat{k}(t) - K^* < 0$ . بنابراین خواهیم داشت:

$$\dot{V} \leq -(K^* - L_d) \cdot |s| - \left(-|s| + \frac{\bar{K}_1}{\gamma} \cdot |s|\right) \cdot |\hat{k} - K^*| \quad (۴۰)$$

در نظر می گیریم:  $\beta_\sigma = K^* - L_d$  و  $\beta_K = -|s| + \frac{\bar{K}_1}{\gamma} \cdot |s|$ . انتخاب مقادیر مشخصی برای  $K^*$  و  $\gamma$  به صورتی که  $K^* > L_d$  و  $\gamma < \bar{K}_1$  باشد، نتیجه می دهد  $\beta_\sigma > 0$  و  $\beta_K > 0$ . بنابراین خواهیم داشت:

$$\dot{V} \leq -\beta_\sigma \cdot \sqrt{2} \frac{|s|}{\sqrt{2}} - \beta_K \cdot \sqrt{2\gamma} \frac{|\hat{k} - K^*|}{\sqrt{2\gamma}} \leq -\min\{\beta_\sigma \cdot \sqrt{2}, \beta_K \cdot \sqrt{2\gamma}\} \left(\frac{|s|}{\sqrt{2}} + \frac{|\hat{k} - K^*|}{\sqrt{2\gamma}}\right) \leq -\beta \cdot V^{\frac{1}{2}} \quad (۴۱)$$

که در آن  $\beta = \min\{\beta_\sigma \cdot \sqrt{2}, \beta_K \cdot \sqrt{2\gamma}\}$  در نظر گرفته می شود. بر اساس رابطه (۴۱) پایداری زمان محدود تضمین می شود و زمان همگرایی سطح لغزش در (۴۲) محاسبه می شود:

$$t_r \leq \frac{2V(0)^{\frac{1}{2}}}{\beta} \quad (۴۲)$$

فرض می کنیم که  $s(0) = 0$  بر اساس تئوری ۱ مرجع [۲۳] اگر بهره  $\hat{k}$  به اندازه کافی بزرگ باشد، ورودی کنترل (۲۹) با بهره تطبیقی محاسبه شده در (۳۸) می تواند سیستم (۲۴) را در سطح لغزش  $s = 0$  کنترل کند.

### • روش دوم

برای ورودی کنترل (۳۳) بهره  $\hat{k}$  به صورت رابطه‌ی (۴۳) محاسبه می گردد:

$$\dot{\hat{k}} = \begin{cases} \bar{K} \cdot |s(x, t)| \cdot \text{sign}(|s(x, t)|) - \epsilon & \text{if } \hat{k} > \eta \\ \eta & \text{if } \hat{k} \leq \eta \end{cases} \quad (۴۳)$$

که در آن  $\bar{K} > 0$ ،  $\hat{k}(0) > 0$ ،  $\epsilon = 4\hat{k}T_e > 0$  و  $\eta > 0$  می باشد. قانون کنترلی فوق هنگامی که  $s(x, t) < \epsilon$  باعث خواهد شد که بهره  $\hat{k}$  کاهش یابد. به عبارت دیگر بهره  $\hat{k}$  در حداقل مقدار ممکن که پایداری  $s$  را تضمین می کند حفظ می شود. حد بالای  $\hat{k}(t)$  را عدد ثابت  $K^*$  به طوری که:  $\forall t > 0$ ،  $[\hat{k}(t)] \leq K^*$  [۱۴].

**تئوری ۱:** اگر سیستم (۲۴) را با استفاده از (۴۳) کنترل کنیم در زمان محدود  $t_r$  سطح لغزش به صفر خواهد رسید به طوری که در  $t \geq t_r$  خواهیم داشت  $|s(t)| \geq \delta$  که  $\delta$  در (۴۴) تعریف شده است:

$$\delta = \sqrt{\epsilon^2 + \frac{L_d^2}{K}} \quad (۴۴)$$

اثبات پایداری این روش بر اساس رویکرد لیاپانوف می باشد و نشان داده خواهد شد که زمانی که  $|s| > \epsilon$  سیگنال کنترلی باعث خواهد شد که در زمان محدود  $|s| < \epsilon$  همچنین ثابت می شود که به محض اینکه  $s$  به حوالی  $|s| \leq \epsilon$  برسد در حوالی  $|s| \leq \delta$  که در رابطه (۴۴) نشان داده شده است خواهد ماند.

تابع لیاپانوف (۴۵) را در نظر می گیریم:

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2\gamma}(\hat{k} - K^*)^2 \quad (۴۵)$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s \cdot \dot{s} - s \cdot \dot{\hat{k}} \cdot \text{sign}(s) + \frac{1}{\gamma}(\hat{k} - K^*) \cdot \bar{K} \cdot |s| \cdot \text{sign}(|s| - \epsilon) \\ &\leq L_d \cdot |s| - \hat{k} \cdot |s| + \frac{1}{\gamma}(\hat{k} - K^*) \cdot \bar{K}_1 \cdot |s| \cdot \text{sign}(|s| - \epsilon) \\ &= L_d \cdot |s| - \hat{k} \cdot |s| + K^* \cdot |s| - K^* \cdot |s| + \frac{1}{\gamma}(\hat{k} - K^*) \cdot \bar{K}_1 \cdot |s| \cdot \text{sign}(|s| - \epsilon) \\ &= (L_d - K^*) \cdot |s| + (\hat{k} - K^*) \cdot \left(-|s| + \frac{\bar{K}}{\gamma} \cdot |s| \cdot \text{sign}(|s| - \epsilon)\right) \end{aligned}$$

با معرفی پارامتر  $\beta_K > 0$  خواهیم داشت:

$$(۴۶)$$

$$\dot{V} = (K^* - L_d) \cdot |s| + (\hat{k} - K^*) \cdot \left(-|s| + \frac{\bar{K}}{\gamma} \cdot |s| \cdot \text{sign}(|s| - \epsilon)\right) + \beta_K \cdot |\hat{k} - K^*| + \beta_K \cdot |\hat{k} - K^*|$$

برای  $t > 0$  خواهیم داشت  $\hat{k}(t) - K^* < 0$ . بنابراین:  
(۴۷)

$$\dot{V} = -(-L_d + K^*) \cdot |s| - \beta_K \cdot |\hat{k} - K^*| - \left( -|s| + \frac{\bar{K}}{\gamma} \cdot |s| \cdot \text{sign}(|s| - \epsilon) - \beta_K \right) \cdot |\hat{k} - K^*|$$

در نظر می گیریم  $\beta_\sigma = (-L_d + K^*)$  و  $\xi = (-|s| + \frac{\bar{K}}{\gamma} \cdot |s| \cdot \text{sign}(|s| - \epsilon) - \beta_K) \cdot |\hat{k} - K^*|$   
بنابراین خواهیم داشت:  
(۴۸)

$$\dot{V} = -\beta_\sigma \cdot |s| - \beta_K \cdot |\hat{k} - K^*| - \xi = -\beta_\sigma \cdot \sqrt{2} \frac{|s|}{\sqrt{2}} - \beta_K \cdot \sqrt{2\gamma} \frac{|\hat{k} - K^*|}{\sqrt{2\gamma}} - \xi \leq -\beta \cdot V^{\frac{1}{2}} - \xi$$

که در آن  $\beta = \sqrt{2} \min\{\beta_\sigma, \beta_K \sqrt{\gamma}\}$  می باشد.

• **حالت ۱.** فرض کنید  $|s| > \epsilon$ .  $\xi$  مثبت است اگر:

$$-|s| + \frac{\bar{K}}{\gamma} \cdot |s| - \beta_K > 0 \rightarrow \gamma < \frac{\bar{K} \cdot \epsilon}{\epsilon + \beta_K} \quad (۴۹)$$

از معادله (۴۸) خواهیم داشت:

$$\dot{V} \leq -\beta \cdot V^{\frac{1}{2}} - \xi \leq -\beta \cdot V^{\frac{1}{2}} \quad (۵۰)$$

با انتخاب مناسب  $\gamma$  می توان مطمئن شد که رابطه بالا همیشه برقرار است. بنابراین پایداری زمان محدود در محدوده  $|s| \leq \epsilon$  به ازای هر شرط اولیه به طوری که  $|s(0)| \geq \epsilon$  تضمین می شود.

• **حالت ۲.** فرض کنید  $|s| < \epsilon$ . تابع  $\xi$  در (۴۷) می تواند منفی باشد. این به این معناست علامت  $\dot{V}$  مشخص نخواهد بود، و نمی توان پایداری حلقه را اثبات کرد. بنابراین  $|s|$  می تواند از  $\epsilon$  بیشتر شود. به محض اینکه این اتفاق بیفتد  $\dot{V} \leq -\beta \cdot V^{\frac{1}{2}}$  خواهد بود و  $V$  شروع به کاهش می کند. با تخمین میزان فراجهدش وقتی که  $s_0 = s(0) = \epsilon^+$  و  $K_0 = \kappa(0) = K(0)$  باشد، با در نظر گرفتن بدترین حالت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= L_d - \hat{k} \\ \dot{\hat{k}} &= \bar{K} \cdot |s| \end{aligned} \quad (۵۱)$$

پس خواهیم داشت:

$$s(t) = s_0 \cos(\sqrt{\bar{K}}t) + \frac{L_d - K_0}{\bar{K}} \cdot \sin(\sqrt{\bar{K}}t) \quad (۵۲)$$

$$\hat{k}(t) = s_0(\sqrt{\bar{K}} \sin(\sqrt{\bar{K}}t) + (K_0 - L_d) \cos(\sqrt{\bar{K}}t) + L_d$$

در نتیجه:

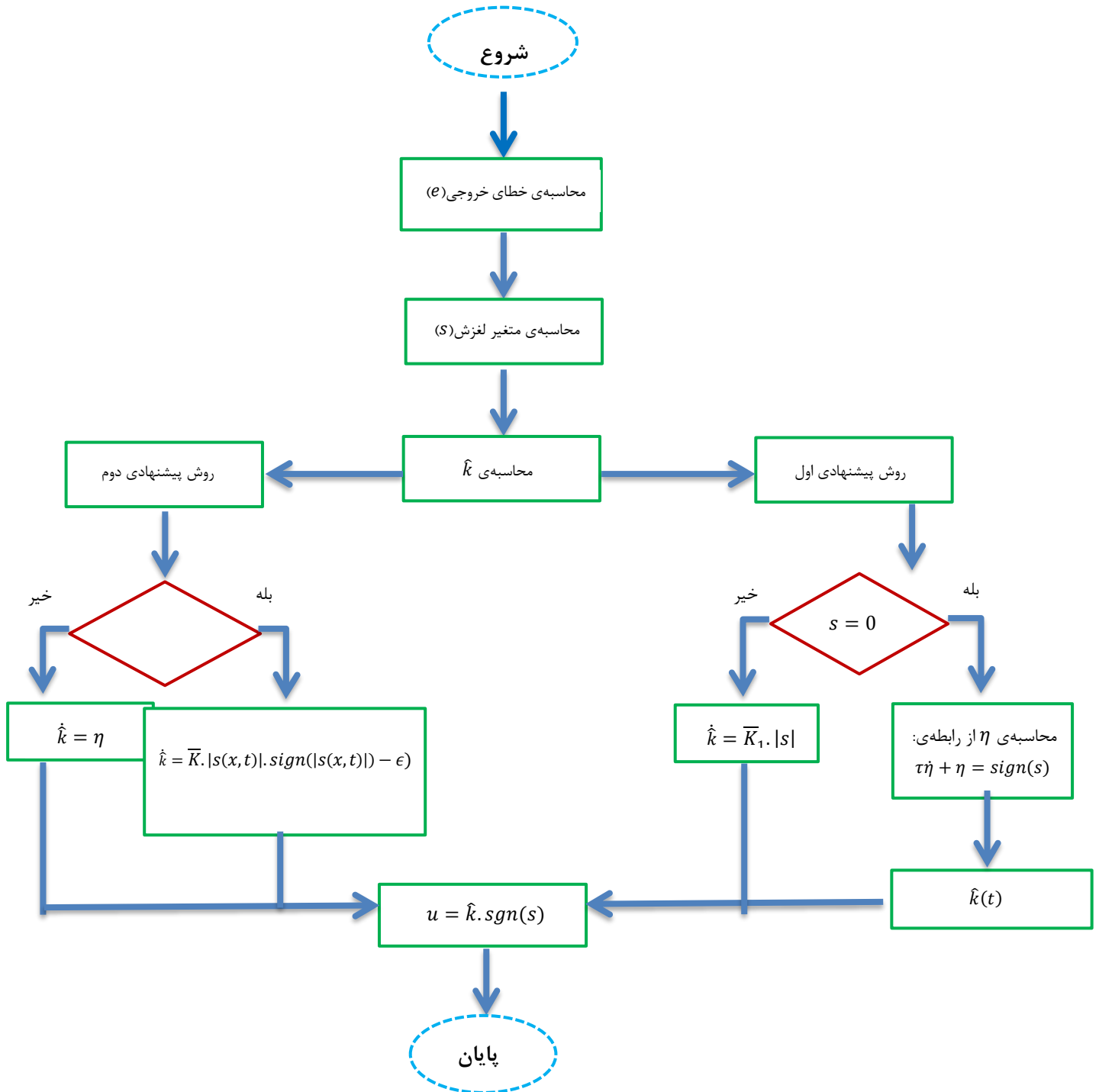
$$s(t) = \sqrt{S_0^2 + \frac{(L_d - K_0)^2}{\bar{K}}} \sin(\sqrt{\bar{K}}t + \theta_s) \quad (۵۳)$$

$$\hat{k}(t) = s_0(\sqrt{K} \sin(\sqrt{K}t) + (K_0 - L_d) \cos(\sqrt{K}t) + L_d$$

از رابطه (۵۳) مشخص است که وقتی  $\epsilon \rightarrow \epsilon^+ \rightarrow S_0$  بیشترین مقدار  $\delta$  در (۵۴) محاسبه شده است:

$$\delta = \sqrt{\epsilon^2 + \frac{L_d^2}{K}} \quad (54)$$

در نتیجه، در زمان محدود به محدوده  $|S| \leq \epsilon$  می‌رسد اما می‌تواند در محدوده‌ی بزرگ‌تر  $|S| \leq \delta$  قرار بگیرد. در شکل (۲) الگوریتم طراحی گام به گام روش‌های پیشنهادی اول و دوم آورده شده است.



شکل ۲- الگوریتم طراحی گام به گام

### ۲-۳- کنترل کننده مدلغزشی تطبیقی زمان محدود برای سیستم کنترل بردار رانش

با در نظر گرفتن عدم قطعیت های سیستم معادلات دینامیکی موشک به صورت رابطه ی (۵۵) خواهد بود:

$$\dot{\theta} = q + d_1 \quad (55)$$

$$\dot{q} = \frac{QSD(\overline{m_{z\alpha}} + \Delta m_{z\alpha})}{I_z} \alpha + \frac{QSD^2(\overline{m_{z0}} + \Delta m_{z0})}{I_z(V_m - d_2)} \omega_z + \frac{TX_{cg}}{I_z} \delta_\alpha$$

$$\dot{\alpha} = -\frac{QS(\overline{C_y} + \Delta C_y)}{m(V_m - d_2)} \alpha - \frac{T}{m(V_m - d_2)} \sin(\alpha - \delta_\alpha) + q + \frac{g}{V_m - d_2} \cos(\theta - \alpha)$$

بهره ی  $\hat{k}$  در حالت مدلغزشی تطبیقی استاندارد در رابطه ی (۵۶) محاسبه می شود.

$$\hat{k}(t) = k_0 |s| \quad (56)$$

$$k_0 \geq 0$$

و در حالت مدلغزشی تطبیقی زمان محدود در روش اول، به فرم (۵۷) و (۵۸) محاسبه می گردد.

۱. اگر  $|s| \neq 0$ ، خواهیم داشت:

$$\hat{k} = \overline{K}_1 \cdot |s| \quad (57)$$

که در آن  $\overline{K} > 0$  و  $\hat{k}(0) > 0$  می باشد.

۲. اگر  $s = 0$ ، خواهیم داشت:

$$\hat{k}(t) = \overline{K}_2 \cdot |\eta| + \overline{K}_3 \quad (58)$$

$$\tau \dot{\eta} + \eta = \text{sign}(s)$$

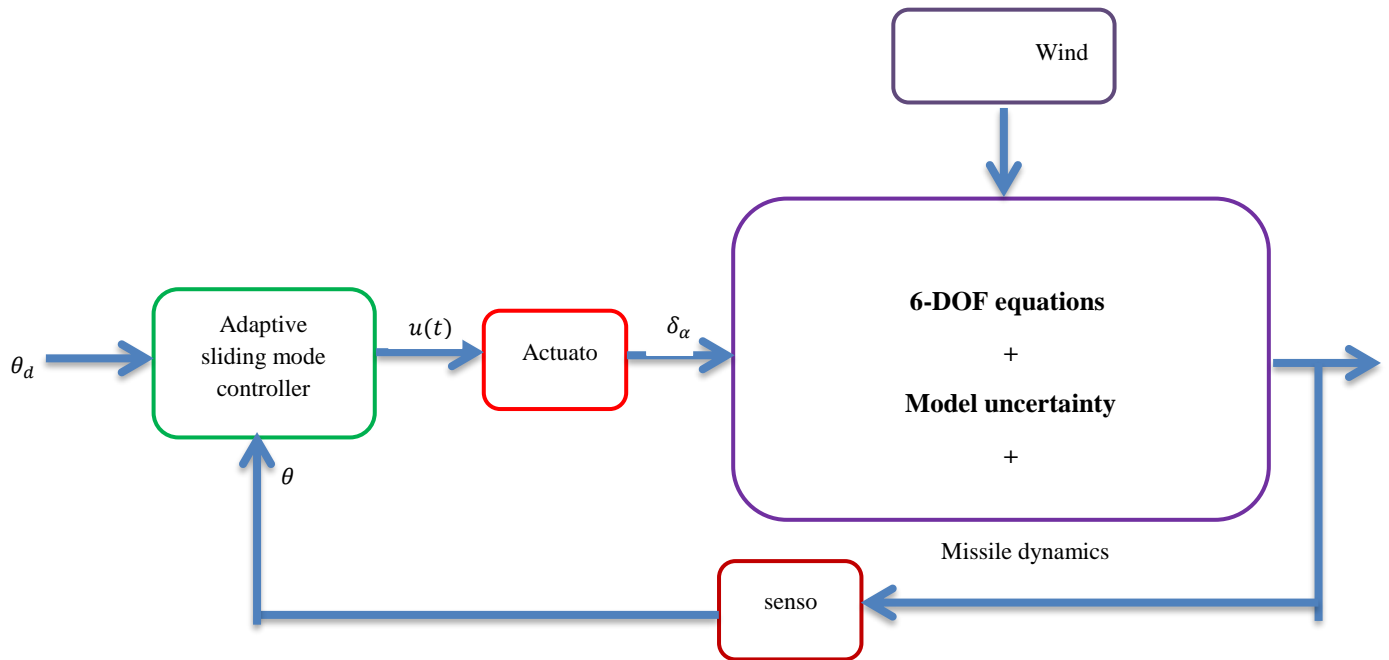
که در آن  $\overline{K}_2 > 0$ ،  $\overline{K}_3 > 0$  و  $\tau > 0$  می باشد.

و در روش دوم برای محاسبه ی بهره ی  $\hat{k}$  از رابطه ی (۵۹) استفاده می گردد.

$$\hat{k} = \begin{cases} \overline{K} \cdot |s(x, t)| \cdot \text{sign}(|s(x, t)|) - \epsilon & \text{if } \hat{k} > \eta \\ \eta & \text{if } \hat{k} \leq \eta \end{cases} \quad (59)$$

که در آن  $\overline{K} > 0$ ،  $\hat{k}(0) > 0$ ،  $\epsilon = 4\hat{k}T_e > 0$  و  $\eta > 0$  می باشد.

بلوک دیاگرام سیستم حلقه بسته در شکل (۳) نمایش داده شده است.



شکل ۳- بلوگک دیاگرام سیستم حلقه بسته

#### ۴- نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت با نمایش نتایج شبیه‌سازی، عملکرد کنترل کننده‌های طراحی شده در بخش قبل ارزیابی می‌شود و روش‌های بررسی شده با یکدیگر مقایسه می‌شوند. در این تحقیق هدف کنترل زاویه فراز یک موشک مبتنی بر بردار رانش،  $\theta$  می‌باشد. تمام شبیه‌سازی‌های انجام شده در نرم افزار MATLAB انجام شده‌است. در رابطه‌ی (۲۲) مدل دینامیکی موشک مبتنی بر بردار رانش ارائه شده‌است. در این رابطه برخی از پارامترها با گذشت زمان تغییر می‌کنند. در طول پرواز به دلیل سوختن سوخت موشک جرم موشک کاهش می‌کند. در حالت کلی طول پرواز موشک به دو بخش تقسیم می‌شود.

(a) فاز اوج‌گیری<sup>۱</sup>: در ثانیه ۰-۵٫۸ ثانیه اتفاق می‌افتد و در این فاز نیروی رانش دارای بیشترین مقدار دارد.

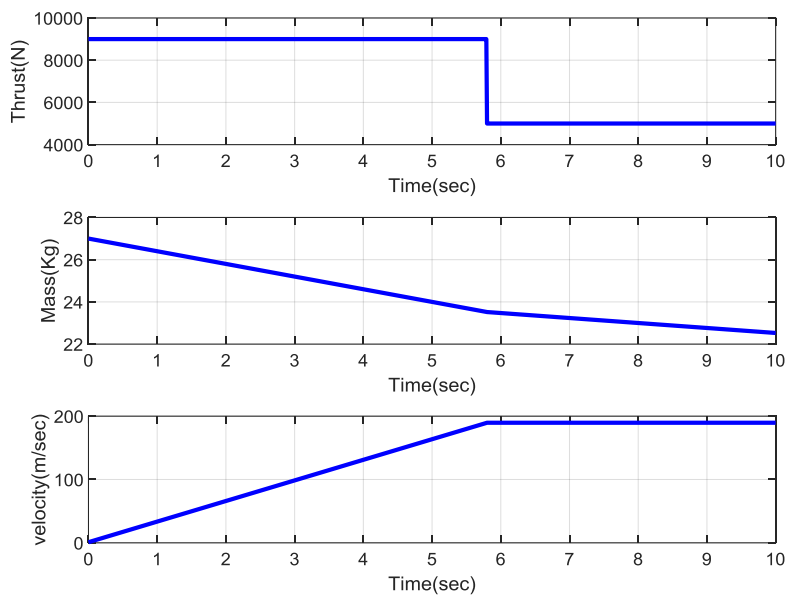
(b) فاز میانی<sup>۲</sup>: در ثانیه ۵٫۸-۱۰ اتفاق می‌افتد و در این فاز نیروی رانش دارای کمترین مقدار است.

تغییرات جرم موشک، نیروی رانش و سرعت موشک در نمودار (۴) نشان داده شده‌است. همچنین نیروهای آیرودینامیکی و ضرایب گشتاور موجود در رابطه (۲۲) نیز با زمان تغییر می‌کنند. نحوه تغییرات این پارامترها در نمودار (۵) نمایش داده شده‌است. همچنین اغتشاش‌های وارد شده بر سیستم (۲۲) در نمودار (۶) نمایش داده شده‌است.

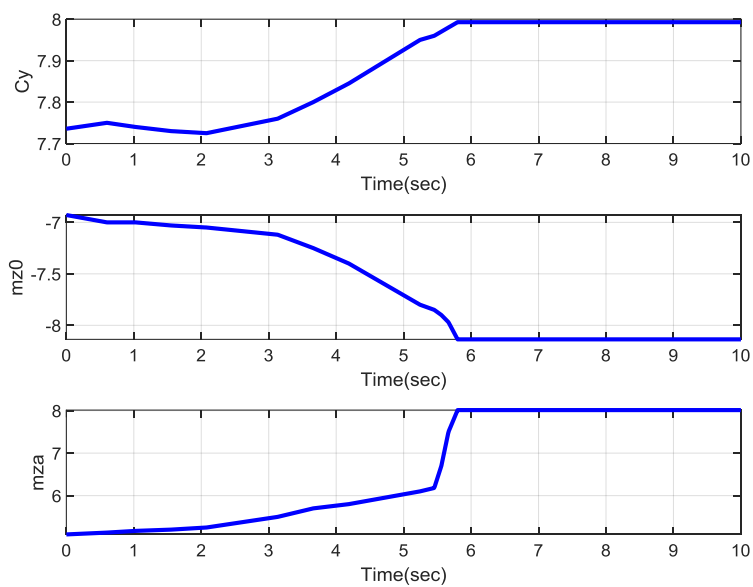
دینامیک عملگر به صورت  $\frac{a}{\tau s + 1}$  است که  $a = 1$  و  $\tau = 0.05$  در نظر گرفته می‌شود. پارامترهای مورد استفاده در کنترل کننده‌ها در جدول‌های (۱) تا (۴) آمده‌است.

<sup>1</sup> Boost Phase

<sup>2</sup> Sustain Phase

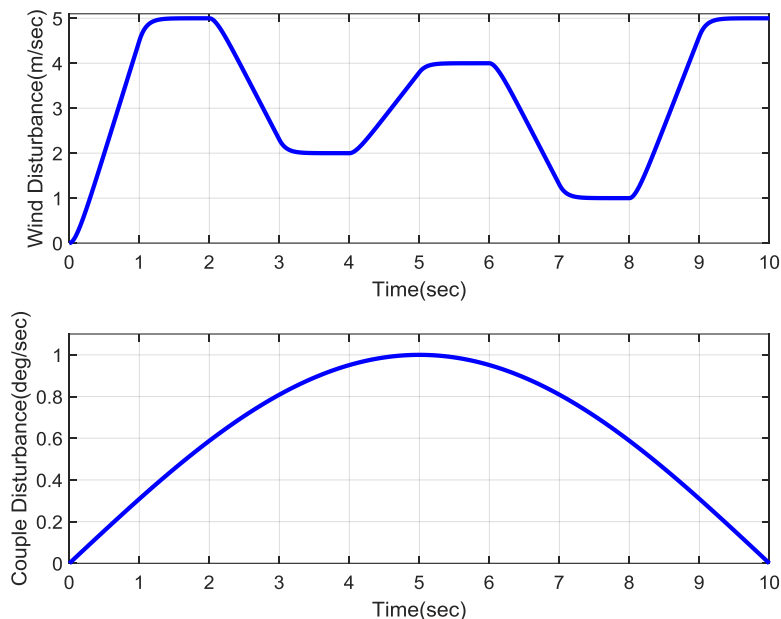


شکل ۴- تغییرات نیروی رانش، جرم و سرعت موشک



شکل ۵- تغییرات ضرایب آیرودینامیکی





شکل ۶- اغتشاشات تاثیر گذار بر سیستم

#### ۴-۱- سناریوی اول

در این سناریو مقدار اولیه زاویه فراز برابر ۴۰ درجه می‌باشد و هدف رساندن آن به ۴۱ درجه می‌باشد. ابتدا روش‌های مدلغزشی مرتبه اول، مدلغزشی تطبیقی استاندارد، مدلغزشی تطبیقی زمان محدود اول و مدلغزشی زمان محدود دوم با یکدیگر مقایسه شده‌اند. مقادیر پارامترهای این روش‌ها در جدول (۱) تا (۴) نمایش داده شده‌است. در شکل (۷) ورودی کنترلی روش‌های مدلغزشی مرتبه اول، مدلغزشی تطبیقی استاندارد و روش‌های مدلغزشی تطبیقی زمان محدود اول و دوم نمایش داده شده‌است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، روش اول پیشنهادی کم‌ترین مقدار زاویه بالک و روش دوم پیشنهادی بیش‌ترین مقدار زاویه بالک را برای ردیابی زاویه فراز تولید می‌کنند. همچنین زاویه فراز و نرخ تغییرات زاویه فراز در شکل‌های (۸) و (۹) ارائه شده‌است. مشاهده می‌شود که در همه روش‌ها خروجی سیستم که زاویه فراز موشک می‌باشد، در مدت زمان اندکی به مقدار مطلوبی می‌رسد، که این عمل با سیگنال کنترلی بین حداکثر ۳- تا ۴ درجه انجام شده‌است که نشان از مقاوم بودن روش پیشنهادی در برابر اغتشاشات و نامعینی‌های سیستم دارد. علاوه بر آن دامنه‌ی وزوز در روش پیشنهادی اول که کم‌تر از سایر روش‌هاست، بین ۲- تا ۱ تغییر می‌کند که نشان از برتری این روش نسبت به سایر روش‌های ذکر شده دارد. اما برتری اصلی این روش نسبت به سایر روش‌ها تضمین پایداری زمان محدود بدون نیاز به هیچ اطلاعاتی از نامعینی‌ها و اغتشاشات سیستم می‌باشد. نهایتاً در شکل (۱۰) تغییرات متغیر لغزش روش‌های ذکر شده با یکدیگر مقایسه شده‌است. متغیر لغزش در روش مدلغزشی تطبیقی زمان محدود اول نوسان کم‌ترین حول صفر دارد که این نشان دهنده‌ی دقت ردیابی بیش‌تر این روش نسبت به سایر روش‌هاست.

جدول ۱- پارامترهای مورد استفاده در کنترل کننده مدلغزشی استاندارد

مقدار پارامتر	
$\lambda$	5
$k$	1

جدول ۲- پارامترهای مورد استفاده در کنترل کننده مدلغزشی تطبیقی

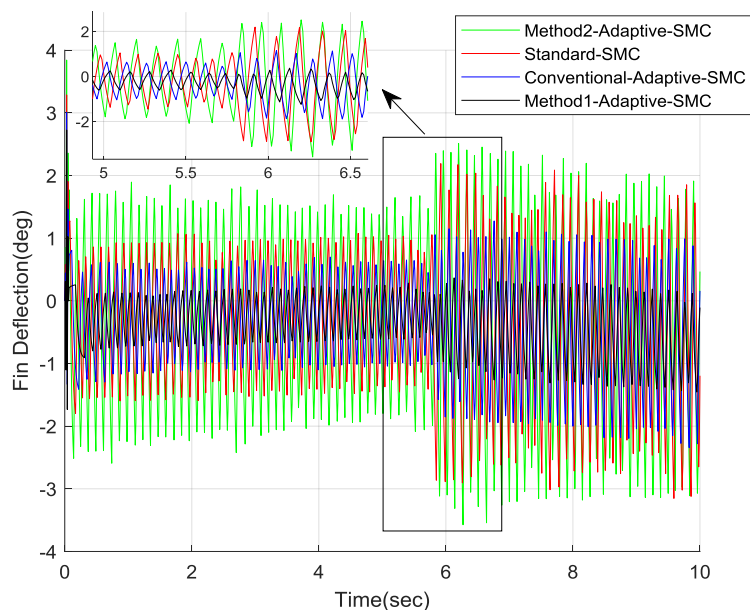
مقدار پارامتر	
$\lambda$	5
$k_0$	0.4

جدول ۳- پارامترهای مورد استفاده در کنترل کنندهی روش اول

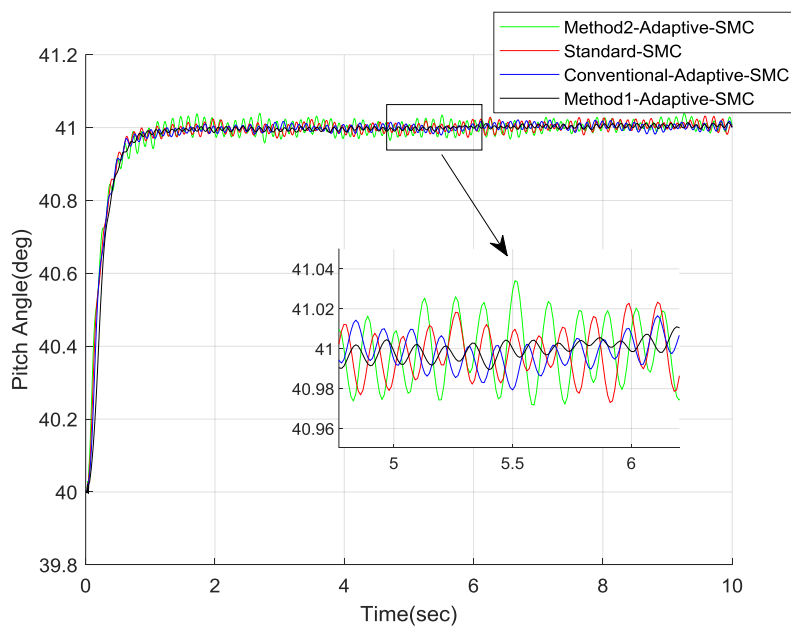
مقدار پارامتر	
$\lambda$	5
$\bar{K}_1$	0.01
$\bar{K}_2$	0.1
$\bar{K}_3$	0.1
$\tau$	0.01

جدول ۴- پارامترهای مورد استفاده در کنترل کنندهی روش دوم

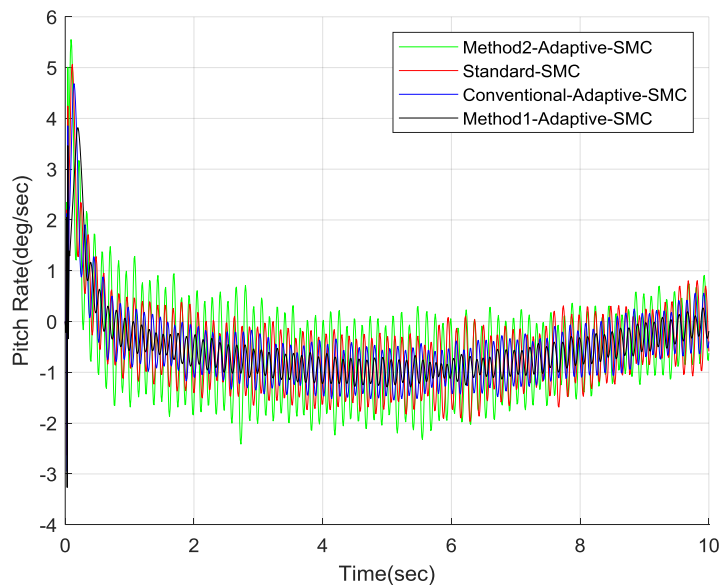
مقدار پارامتر	
$\lambda$	5
$\bar{K}$	0.5
$\mu$	0.3
$T_e$	0.01



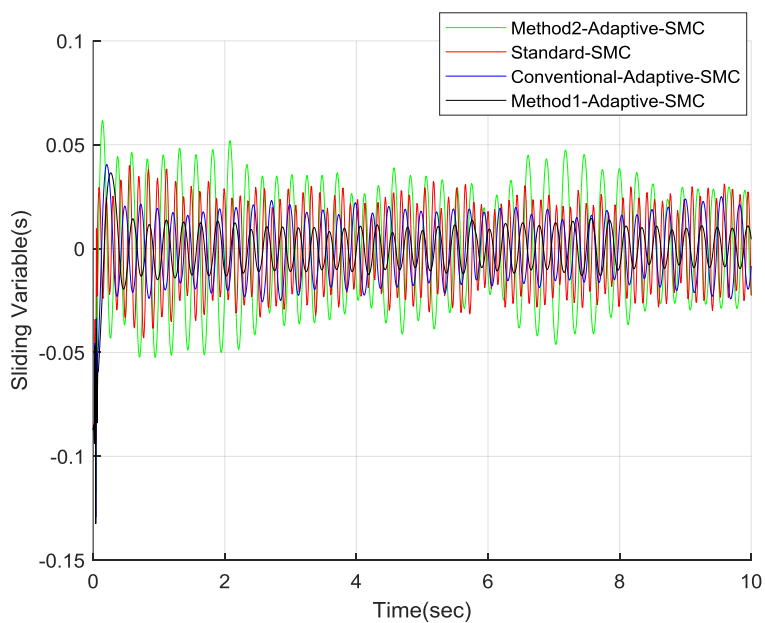
شکل ۷- مقایسه ورودی کنترلی



شکل ۸- مقایسه‌ی زاویه فراز

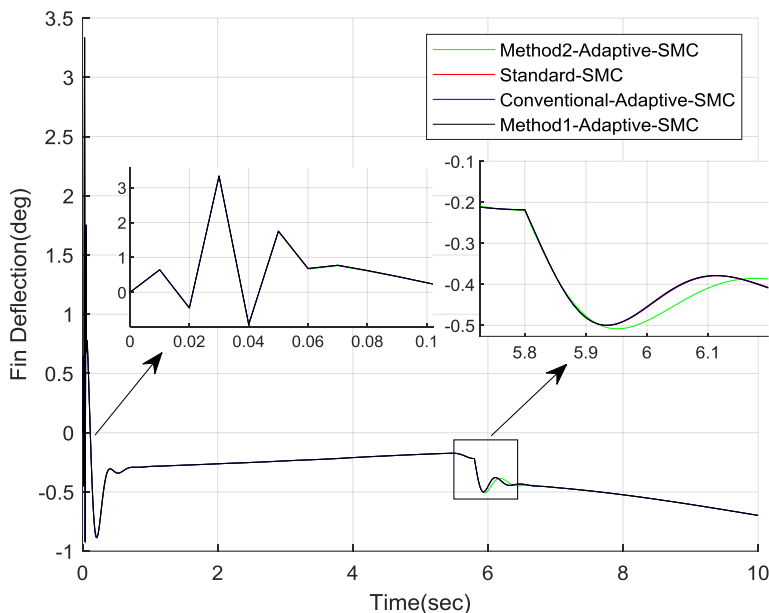


شکل ۹- مقایسه تغییرات نرخ زاویه فراز

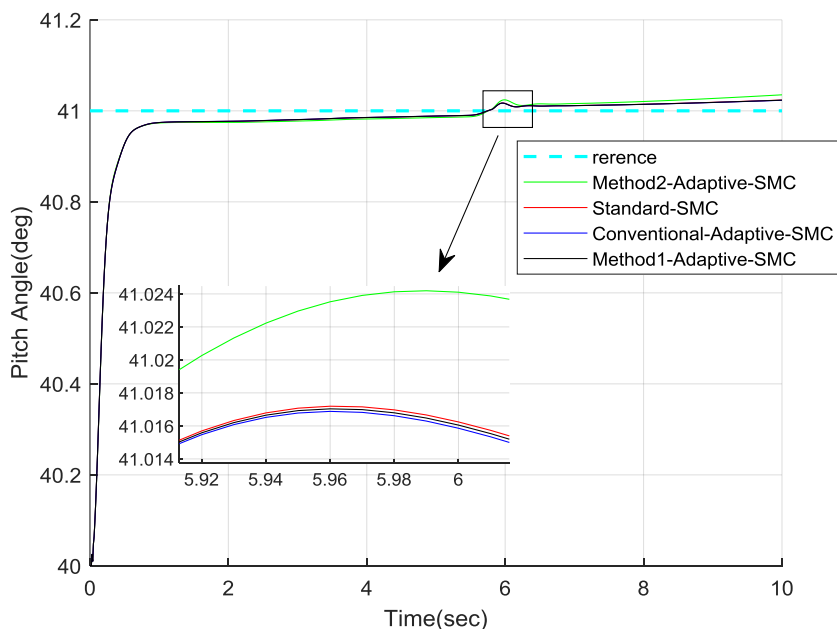


شکل ۱۰- مقایسه‌ی تغییرات متغیر لغزش

همانطور که در نتایج قابل مشاهده است، سیگنال کنترل در همه‌ی روش‌ها دارای وزوز می‌باشد. یک راهکار برای حذف وزوز استفاده از تابع اشباع به جای تابع علامت است. با اعمال این تقریب، سیگنال کنترلی و خروجی سیستم (زاویه‌ی فراز) در شکل‌های (۱۱) و (۱۲) قابل مشاهده است. واضح است که تابع اشباع وزوز را تا حد قابل توجهی کاهش داده است.



شکل ۱۱- سیگنال کنترلی در حالتی که از تابع اشباع استفاده شده است.



شکل ۱۲- زاویه‌ی فراز در حالتی که از تابع اشباع استفاده شده است.

## ۴-۲- سناریوی دوم

در این سناریو برای نشان دادن عملکرد روش پیشنهادی در محدوده تغییرات بیش تر خروجی، قصد داریم زاویه‌ی فراز را از مقدار اولیه ۹۰ درجه به مقدار مطلوب ۱۰ درجه برسانیم. در این قسمت نتایج مدلغزشی مرتبه اول، مدلغزشی تطبیقی استاندارد، مدلغزشی تطبیقی زمان محدود اول و مدلغزشی زمان محدود دوم با یکدیگر مقایسه می‌شوند. پارامترهای تنظیم شده برای کنترل کننده‌ها در این سناریو در جدول (۵) نمایش داده شده‌است. در شکل‌ها (۱۳) و (۱۴) تغییرات زاویه‌ی فراز و سیگنال کنترل این روش‌ها باهم مقایسه شده‌است. همان‌طور که مشاهده می‌شود خروجی‌ها در حدود ۳ ثانیه به مقدار مطلوب رسیده‌است و روش مدلغزشی تطبیقی زمان محدود اول نسبت به دو روش دیگر سریع تر به ۱۰ درجه رسیده‌است. زاویه‌ی بالک در روش مدلغزشی تطبیقی زمان محدود دوم نسبت به دو روش دیگر بیش تر است. بیش ترین مقدار زاویه‌ی بالک در روش مدلغزشی تطبیقی زمان محدود دوم حدود ۸ درجه است در حالی که این مقدار در دو روش دیگر حدود ۵ درجه است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در حالتی که نیاز به تغییرات بیش تر خروجی داریم که در این سناریو تغییرات خروجی ۸۰ درجه است، روش‌های ذکر شده عملکرد خوبی از خود نشان داده‌است. همچنین، روش اول مدلغزشی تطبیقی زمان محدود دارای سرعت بیش تری نسبت به سایر روش‌های دیگر است و زاویه‌ی بالک در سه روش تقریباً برابر است.

جدول ۵- پارامترهای مورد استفاده در کنترل کننده مدلغزشی تطبیقی در سناریوی دوم

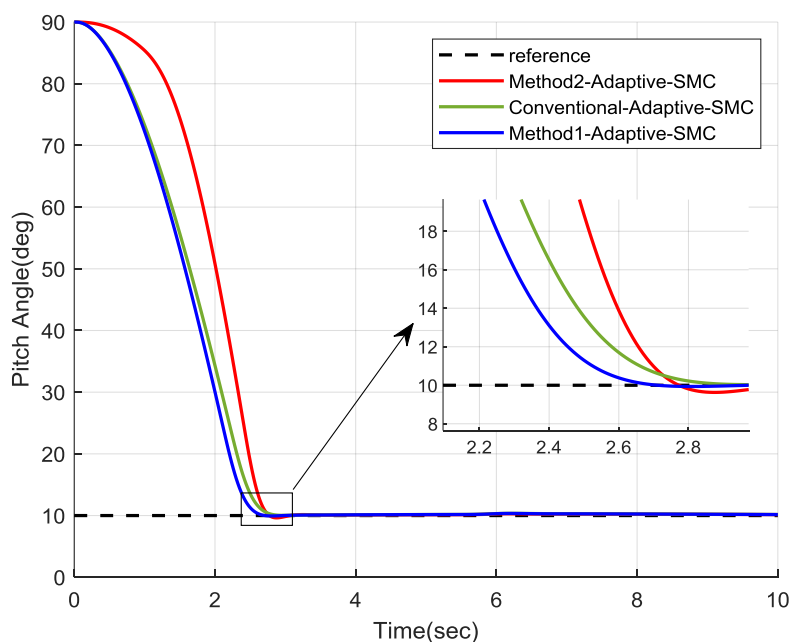
مقدار	پارامتر
10	$\lambda$
0.2	$k_0$

جدول ۶- پارامترهای مورد استفاده در کنترل کننده‌ی روش اول در سناریوی دوم

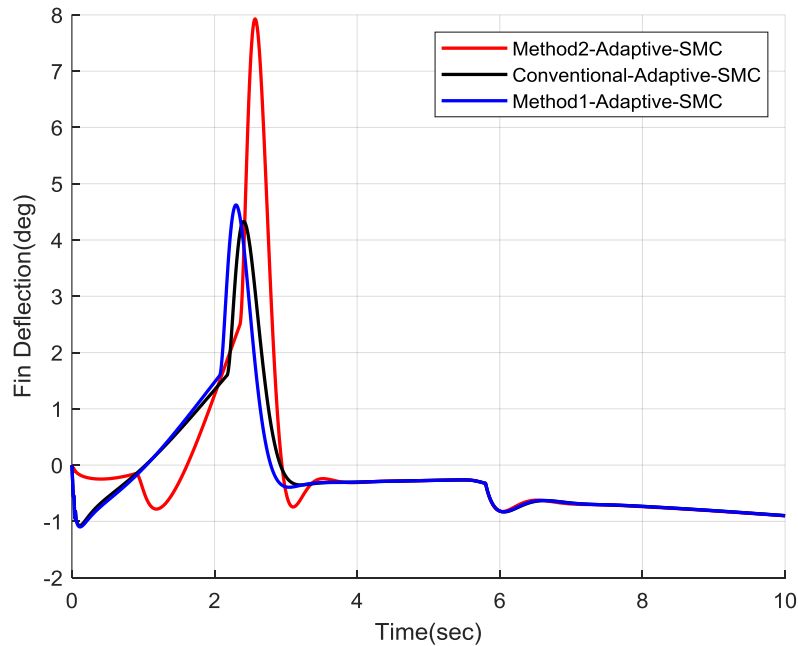
مقدار	پارامتر
10	$\lambda$
0.17	$\bar{K}_1$
0.5	$\bar{K}_2$
0.3	$\bar{K}_3$
0.1	$\tau$

جدول ۷- پارامترهای مورد استفاده در کنترل کننده‌ی روش دوم در سناریوی دوم

پارامتر	مقدار
$\lambda$	10
$\bar{K}$	0.4
$\mu$	1
$T_e$	0.01



شکل ۱۳- تغییرات زاویه‌ی فراز



شکل ۱۴- سیگنال کنترلی

#### ۴-۳- مقایسه‌ی روش پیشنهادی با روش ارائه شده در مرجع [۶]

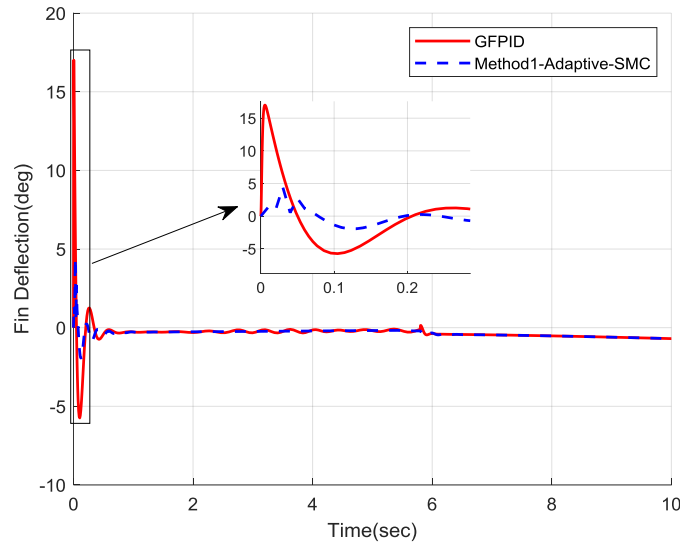
همان‌طور که در نتایج قبل واضح است روش مدلغزشی تطبیقی اول نسبت به سایر روش‌های بررسی شده برتری دارد. در این قسمت، این روش با روش بکار گرفته شده در مرجع [۶] مقایسه می‌شود. این مرجع که در سال ۲۰۱۷ منتشر شده است، از روش GFPID<sup>۱</sup> برای کنترل بردار رانش استفاده شده است. در روش GFPID مقدار پارامترهای  $k_p$ ،  $k_i$ ،  $k_d$  و  $\lambda$  و  $\mu$  در دو فاز اوج‌گیری (۰ تا ۵٫۸ ثانیه) و فاز میانی (۵٫۸ تا ۱۰ ثانیه) به منظور مقابله با افت ناگهانی نیروی رانش در ثانیه ۵٫۸ متفاوت است. مقدار پارامترها در این دو فاز در جدول (۵) آمده است. در شکل‌های (۱۵) و (۱۶) زاویه‌ی فراز و سیگنال کنترلی در دو روش مدلغزشی تطبیقی زمان محدود اول و GFPID مقایسه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود بیش‌ترین انحراف زاویه‌ی بالک کنترلی در روش GFPID حدود ۱۵ درجه است، در حالی که این مقدار در روش مدلغزشی تطبیقی زمان محدود اول کم‌تر از ۵ درجه می‌باشد. علاوه بر این در خروجی روش GFPID حدوداً ۵۰ درصد بالازدگی رخ داده است در حالی که در روش پیشنهادی بالازدگی رخ نداده و خروجی در ۱ ثانیه به مقدار مطلوب می‌رسد. با دقت در خروجی زاویه‌ی فراز روش GFPID مشاهده می‌شود که در ثانیه ۱ تا ۲ ثانیه بهترین عملکرد این روش را شاهد هستیم، اما با فاصله گرفتن از نقطه کار سیستم مشاهده می‌شود که در ثانیه ۲ تا ۵٫۸ ثانیه خروجی دچار نوسان می‌شود. به دلیل از بین رفتن نامعینی‌های سیستم در ثانیه ۵٫۸، از ثانیه ۵٫۸ تا ۱۰ نوسان خروجی از بین رفته اما همچنان خروجی دارای خطای حالت ماندگار است.

<sup>۱</sup> Gain schedule fractional PID

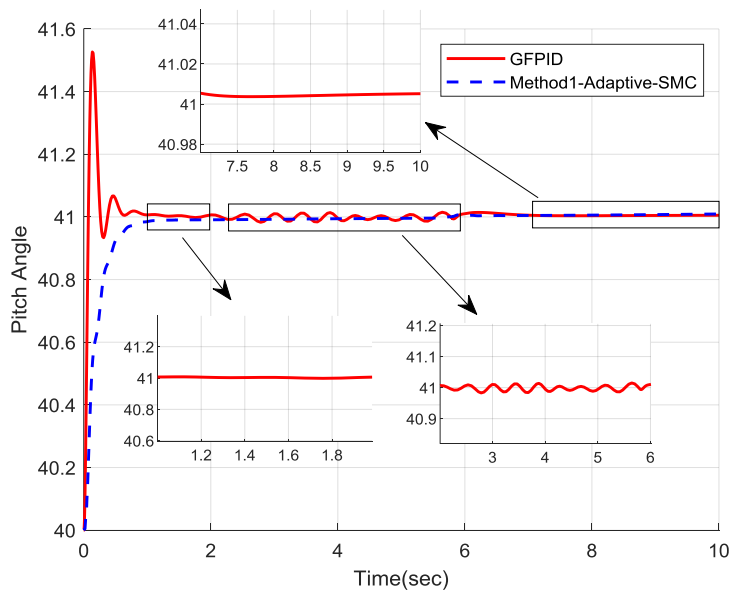


جدول ۸- مقادیر پارامترهای GFPID

	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$\lambda$	$\mu$
فاز اوج گیری	۵	۱۰	۰,۵	۰,۹۵	۰,۹۵
فاز میانی	۱۰	۲۰	۲	۰,۹۵	۰,۹۵



شکل ۱۵- سیگنال کنترلی GFPID و مدلغزشی تطبیقی زمان محدود اول



شکل ۱۶- زاویه‌ی فراز در روش GFPID و مدلغزشی تطبیقی زمان محدود اول

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله، کنترل کننده‌ی مدلغزشی تطبیقی زمان محدود برای ردیابی زاویه‌ی فراز یک موشک مبتنی بر بردار رانش استفاده شده است. بهره‌ی این روش در مدت زمان محدود به کران بالای عدم قطعیت سیستم همگرا می‌شود، لذا سیستم کنترل پیشنهادی در برابر افت نیروی رانش و سایر عدم قطعیت‌ها و اغتشاش‌های داخلی و خارجی مقاوم است. روش ارائه شده به دلیل استفاده از بهره‌ی تطبیقی، وابسته به کران بالای عدم قطعیت نمی‌باشد. روش استفاده شده در این مقاله بر خلاف مدلغزشی استاندارد، بهره‌ی تطبیقی کوچک‌تری دارد که این موضوع منجر به کاهش اندازه‌ی ورودی کنترل می‌شود و همچنین برخلاف روش مدلغزشی تطبیقی استاندارد با تضمین پایداری زمان محدود، امکان محاسبه‌ی زمان همگرایی را نیز فراهم کرده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد، روش مدلغزشی تطبیقی زمان محدود اول، علاوه بر ردیابی زاویه‌ی فراز در زمان مناسب، در مقایسه با روش‌های مدلغزشی مرتبه اول و مدلغزشی تطبیقی استاندارد، ورودی کنترل با اندازه‌ی کوچک‌تری تولید می‌کند.

## مراجع

- [1]Ming, C., X. Wang, and R. Sun, A novel non-singular terminal sliding mode control-based integrated missile guidance and control with impact angle constraint. *Aerospace Science and Technology*, 2019. **94**: p. 105368.
- [2]Yeh, F.-K., Adaptive-sliding-mode guidance law design for missiles with thrust vector control and divert control system. *IET control theory & applications*, 2012. **6**(4): p. 552-559.
- [3]Xiao, B., Q. Hu, and P. Shi, Attitude stabilization of spacecrafts under actuator saturation and partial loss of control effectiveness. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013. **21**(6): p. 2251-2263.
- [4]Lu, K., et al., Sliding mode attitude tracking of rigid spacecraft with disturbances. *Journal of the Franklin Institute*, 2012. **349**(2): p. 413-440.
- [5]Tekin, R., Design, modeling, guidance and control of a vertical launch surface to air missile. 2010, Middle East Technical University.
- [6]Ahmed, M.F. and H.T. Dorrah, Design of gain schedule fractional PID control for nonlinear thrust vector control missile with uncertainty. *Automatika*, 2018. **59**(3-4): p. 357-372.
- [7]Hong, J.-H. and C.-H. Lee, Nonlinear autopilot design for endo-and Exoatmospheric Interceptor with Thrust Vector Control. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019. **56** :<sup>(1)</sup>p. 796-810.
- [8]Xu, Z., et al. Study on the Electromechanical Thrust Vector Control System of Solid Rocket Motor Nozzle Based on Fuzzy Immune PID Technolgy. in *Chinese Intelligent Systems Conference*. 2022. Springer.
- [9]Sun, W. Research on Thrust Vector/Aerodynamics Compound Control Method Based on Linear Quadratic Regulator Control for Solid Rocket. in *2020 Chinese Automation Congress (CAC)*. 2020. IEEE.
- [10]Catalbas, M.C. and A. Gulten, A novel approach for optimization of nozzle angle and thrust vectoring controller via a sub-mutation genetic algorithm. *Int. J. Innovative Comput. Inf. Control*, 2017. **13**(6): p. 1929-1940.
- [11]Liao, J. and H. Bang. Precise Missile Autopilot Design Using Nonlinear Sliding Mode Control. in *2022 13th Asian Control Conference (ASCC)*. 2022. IEEE.
- [12]Jung, K.-W., Y.-W. Kim, and C.-H. Lee, Aerodynamically controlled missile flight

- datasets and its applications. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2023. **24**(1): p. 248-260.
- [13] Bartolini, G., et al., Adaptation of sliding modes. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 2013. **30**(3): p. 285-300.
- [14] Plestan, F., et al., New methodologies for adaptive sliding mode control. *International journal of control*, 2010. **83**(9): p. 1907-1919.
- [15] Wael, M.A. and Q. Quan, Robust hybrid control for ballistic missile longitudinal autopilot. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2011. **24**(6): p. 777-788.
- [16] Reinecke, M., Anti-stall hydraulic pump for a thrust vector control system. 2019, Google Patents.
- [17] Bıyıklı, R., Nonlinear dynamic inversion autopilot design for an air defense system with aerodynamic and thrust vector control. 2022, Middle East Technical University.
- [18] Hervas, J.R. and M. Reyhanoglu, Thrust-vector control of a three-axis stabilized upper-stage rocket with fuel slosh dynamics. *Acta Astronautica*, 2014. **98**: p. 120-127.
- [19] Martínez-Perez, I., et al. Sliding-mode based Thrust Vector Control for Aircrafts. in *Proceedings of the 12th International Micro Air Vehicle Conference*, Puebla, Mexico. 2021.
- [20] Vahid Behnamgol, A.V., A Mohammadi, A new observer-based chattering-free sliding mode guidance law. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2016. **230**.
- [21] AK Semnani, A.V., SM Hakimi, V Behnamgol, Modelling and design of observer based smooth sliding mode controller for heart rhythm regulation. *International Journal of Dynamics and Control*, 2021.
- [22] M Ehsani, A.O., B Abdi, V Behnamgol, SM Hakimi, Adaptive Dynamic Sliding Mode Algorithm for BDFIG Control. *Iranian Journal of Electrical and Electronic Engineering*, 2023.
- [23] Wan, S., et al., Active chatter suppression for milling process with sliding mode control and electromagnetic actuator. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020. **136**: p. 106528.