



دانشگاه صنعتی سهند

نشریه سالانه های غیرخطی در

مهندسی برق

جلد ۳- شماره ۱- تابستان ۱۳۹۴

صفحه ۱۲۲ الی ۱۳۷

ISSN: 2322-3146

<http://jnsee.sut.ac.ir>

# طراحی قانون هدایت غیرخطی و مقاوم برای برخورد با اهداف مانوردار با در نظر گرفتن دینامیک تقریبی حلقه کنترل

وحید بهنام گل<sup>۱</sup>، احمدرضا ولی<sup>۲</sup> و علی محمدی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری مهندسی برق - کنترل، دانشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر،

vahidbehnamgol@mut.ac.ir

<sup>۲</sup> نویسنده مسئول، دانشیار، دانشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ar.vali@aut.ac.ir

<sup>۳</sup> استادیار، دانشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ali\_mohammadi@yahoo.com

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۱/۳۱ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۱/۳۰)

## چکیده

### واژه های کلیدی

هدایت،

دینامیک حلقه کنترل،

کنترل مد لغزشی.

در این مقاله، از تئوری کنترل مد لغزشی برای طراحی قانون هدایت استفاده گردیده است. قانون هدایت دستور شتاب جانبی رهگیر را برای برخورد با هدف صادر کرده که این دستور شتاب توسط سیستم کنترل به رهگیر اعمال می شود. برای این منظور در این مقاله معادلات سینماتیکی غیرخطی حاکم بر هندسه ی درگیری رهگیر و هدف به همراه دینامیک تقریبی مرتبه اول حلقه کنترل رهگیر استخراج گردیده است. سپس با استفاده از تئوری کنترل مد لغزشی، قانون هدایت با در نظر گرفتن دینامیک تقریبی مرتبه اول حلقه کنترل طراحی می شود. دینامیک حلقه کنترل اغلب در طراحی قانون هدایت توسط طراحان دیده نمی شود. اما در عمل این دینامیک وجود داشته و در نظر نگرفتن آن ممکن است منجر به ناپایداری در حلقه هدایت شود. همچنین به دلیل استفاده از تئوری کنترل مد لغزشی، قانون هدایت طراحی شده غیرخطی بوده و در مقابل اغتشاش و نامعینی هایی همچون مانور هدف مقاوم می باشد. بنابراین قانون هدایت طراحی شده تنها با داشتن محدوده ی این نامعینی ها دستور شتاب مناسب برای برخورد با اهداف مانوردار را صادر کرده و نیازی به اندازه گیری و یا تخمین آنها در حین رهگیری نیست. برای حذف چترینگ در سیگنال کنترلی و تولید دستور شتاب هموار نیز از روش تقریب پیوسته استفاده شده و در ورودی کنترل، تابع ناپیوسته ی علامت با تابعی پیوسته تقریب زده شده است.



Sahand University  
of Technology

Journal of Nonlinear  
Systems in Electrical  
Engineering  
Vol.3, No.1,  
Summer 2015  
ISSN: 2322 – 3146  
<http://jnsee.sut.ac.ir>

## Design of Nonlinear and Robust Guidance Law Considering Approximation of Control Loop Dynamics

VahidBehnamgol<sup>1</sup>, Ahmadreza Vali<sup>2</sup>, and Ali Mohammadi<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Ph.D. Candidate in Control Engineering, Control Engineering Department, MalekAshtar University of Technology, vahidbehnamgol@mut.ac.ir

<sup>2</sup> **Corresponding Author**, Associate Prof., Control Engineering Department, MalekAshtar University of Technology, ar.vali@aut.ac.ir

<sup>3</sup> Assistant Prof., Control Engineering Department, MalekAshtar University of Technology, ali\_mohhamadi@yahoo.com

### ABSTRACT

#### Keywords

Guidance,  
Control loop dynamics,  
Sliding mode control.

In this paper, the sliding mode control theory is used to design of guidance law. The lateral acceleration is commanded by the guidance law and this command is implemented by control loop of interceptors. In this paper, the kinematics relations of motion and an approximation of control loop dynamics are modeled. Then, by using the sliding mode control theory, the guidance law is designed in the presence of the first order approximated control loop dynamics. This dynamic usually is not considered by designers. In practice, there is a lag for control loop that may lead to instability in the guidance loop since using the sliding mode control theory, the guidance law is nonlinear and is robust against uncertainty and disturbances. Therefore, only with having the bounds of the uncertainty, the guidance law generates the commands to intercept maneuvering targets, and measuring or estimating of target maneuvers is not required. The approximation method is used for removing chattering in control signal and the discontinuous term of control law is replaced with a continuous function.

## ۱- مقدمه

هدایت، عبارتست از فرآیند رساندن یک جسم متحرک در فضا به یک نقطه‌ی معین که هدف نامیده می‌شود. برای این منظور سیستم هدایت در اجسام پرنده از جمله رهگیرها، دستور شتاب جانبی مناسبی را برای برخورد با هدف صادر می‌کند. این دستور شتاب توسط سیستم کنترل در رهگیر اجرا خواهد شد. برای مثال یک روش برای اجرای دستورات هدایت استفاده از سطوح آیرودینامیکی می‌باشد. برای این منظور سیستم کنترل با تغییر در زاویه سطوح آیرودینامیکی دستور شتاب جانبی را به رهگیر اعمال می‌کند. در سیستم هدایت قوانین هدایت مختلفی استفاده می‌شود. وظیفه قانون هدایت تعیین دستور شتاب در هر لحظه برای تضمین برخورد با هدف می‌باشد. قانون هدایت تناسبی از پرکاربردترین قوانین هدایت مورد استفاده در رهگیرها بوده که بر اساس ایده ناوبری موازی سعی در صفر کردن نرخ چرخش خط دید بین رهگیر و هدف دارد. بر اساس اصل ناوبری موازی اگر خط دید (خط واصل دو جسم متحرک در فضا) نچرخد، این دو جسم حتما با یکدیگر برخورد خواهند نمود. در حالت ایده‌آل، یعنی زمانی که اهداف بدون مانور و شتاب جانبی هستند و همچنین حلقه کنترل بلافاصله دستورات سیستم هدایت را اجرا می‌کند، قانون هدایت تناسبی یک حل بهینه می‌باشد. اما در حالت غیرخطی برای رهگیری اهداف مانوردار و با وجود دینامیک حلقه کنترل، این قانون هدایت کارایی مناسبی ندارد [۱-۳].

برای افزایش کارایی سیستم هدایت از تئوری‌های کنترل غیرخطی از جمله روش طراحی لیاپانوف استفاده گردیده که در این صورت تنها از معادلات غیرخطی حاکم بر هندسه‌ی درگیری برای طراحی استفاده می‌شود [۴-۶]. همچنین با استفاده از کنترل مد لغزشی می‌توان قوانین هدایت را برای فاز نهایی رهگیرهای آشیانه‌یاب طراحی نمود. در این صورت علاوه بر طراحی قانون هدایت غیرخطی، می‌توان سیستم هدایت را در مقابل مانورهای هدف و دیگر نامعینی‌های حلقه هدایت مقاوم نمود [۷-۱۴]. برای این منظور در مراجع [۷] و [۸] از کنترل مد لغزشی مرتبه اول و در مراجع [۹] و [۱۰] از ایده‌ی مورد استفاده در مد لغزشی مرتبه دوم برای طراحی قانون هدایت استفاده گردیده که منجر به هموار شدن دستور شتاب می‌شود. در مراجع [۱۱-۱۴] نیز از تئوری مد لغزشی مرتبه اول، مد لغزشی غیر سینگولار و مد لغزشی تطبیقی برای طراحی قانون هدایت جهت برخورد با زاویه محدود استفاده گردیده است.

در تمامی مراجع ذکر شده اگرچه قوانین هدایت به دلیل غیرخطی و مقاوم بودن نسبت به ناوبری تناسبی دارای برتری می‌باشند، اما این قوانین هدایت نیز همانند ناوبری تناسبی با فرض ایده‌آل بودن دینامیک حلقه کنترل طراحی گردیده‌اند. به عبارت دیگر در این مراجع در حین طراحی قانون هدایت، دینامیک حلقه کنترل در نظر گرفته نشده و فرض شده است که دستورات سیستم هدایت بلافاصله و بدون هیچ گونه تاخیری اعمال می‌شود. بنابراین در حالت واقعی کارایی آنها در حضور دینامیک حلقه کنترل کاهش می‌یابد و محدوده‌های پایداری تضمین نمی‌گردند. دینامیک حلقه کنترل همچنین منجر به فاصله گرفتن نرخ چرخش خط دید از صفر شده و در این صورت برخورد با هدف تضمین نخواهد شد. برای رفع این مشکل در مراجع [۱۵-۱۸] مسئله‌ی طراحی یکپارچه سیستم هدایت و کنترل مطرح گردیده و دینامیک کامل رهگیر در روند طراحی سیستم هدایت مد نظر قرار می‌گیرد. در [۱۵] از تئوری معادلات ریکاتی وابسته به حالت، در [۱۶] از کنترل مد لغزشی و در مراجع [۱۷] و [۱۸] از تئوری‌های مد لغزشی مرتبه دوم و مرتبه بالا برای طراحی سیستم هدایت و کنترل یکپارچه استفاده گردیده است. روند طراحی در این مراجع بسیار پیچیده بوده و تنها یک سیستم یکپارچه هدایت و کنترل در آنها طراحی می‌گردد. در این مراجع مستقیماً زاویه سطوح آیرودینامیکی به عنوان ورودی کنترل در نظر گرفته شده و برای جلوگیری از چرخیدن خط دید طراحی می‌گردد. بنابراین دستور شتاب در این نوع سیستم‌ها حذف می‌شود. لذا سیستم طراحی شده در این مراجع در سامانه‌های موجود که دارای دو حلقه‌ی مجزا می‌باشند، قابل پیاده‌سازی نخواهد بود. به عبارت دیگر در سامانه‌های موجود باید دستور شتاب طراحی گردد و برای بهبود کارایی این سامانه‌ها می‌توان در روند طراحی دستور شتاب، دینامیک تقریبی حلقه کنترل را نیز در نظر گرفت. در صورت در نظر گرفتن دینامیک حلقه کنترل در حین طراحی سیستم هدایت، نیازی به تغییر کلی در حلقه‌های هدایت و کنترل سامانه‌های موجود نبوده و از پیچیدگی در روند طراحی نیز جلوگیری خواهد شد. دینامیک حلقه کنترل پایدار شده را می‌توان به صورت یک دینامیک مرتبه اول تقریب زد و در حلقه هدایت در نظر گرفت [۲، ۱۹]. در مرجع [۱۹] دینامیک تقریبی و مرتبه اول حلقه کنترل در حین طراحی قانون هدایت در نظر گرفته شده است در این مرجع از تئوری لیاپانوف برای طراحی سیستم هدایت استفاده شده است. در مرجع [۲۰] دینامیک تقریبی

بخش اندازه گیر اطلاعات و ناوبری در روند طراحی قانون هدایت مد لغزشی در نظر گرفته شده و در مرجع [۲۱] نیز از کنترل تطبیقی غیرخطی برای طراحی قانون هدایت با در نظر گرفتن دینامیک حلقه کنترل استفاده گردیده است. در نهایت در مرجع [۲۲] علاوه بر در نظر گرفتن دینامیک حلقه کنترل در حین طراحی قانون هدایت، از رویکرد نیز در سیستم هدایت تطبیقی استفاده گردیده است.

در این مقاله دینامیک مرتبه اول حلقه کنترل در روند طراحی قانون هدایت در نظر گرفته می شود. برای طراحی قانون هدایت از روش غیرخطی و مقاوم مد لغزشی استفاده می گردد. بنابراین قانون هدایت غیرخطی طراحی شده، نسبت به مانورهای هدف مقاوم بوده و دینامیک حلقه کنترل نیز در روند طراحی شدن آن در نظر گرفته می شود. این قانون هدایت همانند قوانین هدایت پیشین در سامانه های موجود قابل اعمال می باشد.

در ادامه مقاله در بخش دوم، فرمول بندی هندسه ی درگیری صورت گرفته و معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم استخراج می شوند. در بخش سوم، از کنترل مد لغزشی برای طراحی سیستم هدایت استفاده می گردد. در بخش چهارم با استفاده از شبیه سازی برتری روش پیشنهادی نسبت به روش هدایت تناسبی و قانون هدایتی که در مراجع با فرض ایده آل بودن دینامیک حلقه کنترل طراحی گردیده اند، نشان داده می شود. در انتها نتیجه گیری و جمع بندی ارائه می شود.

## ۲- فرمول بندی مسئله

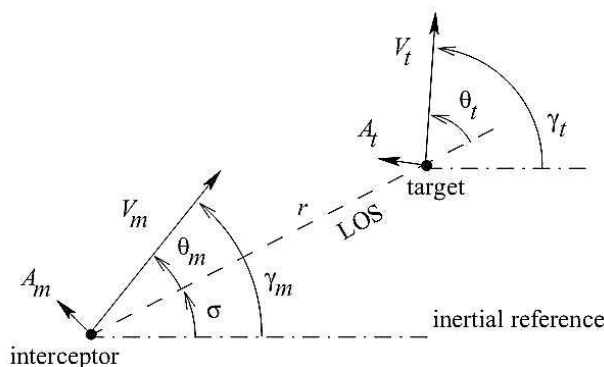
در این بخش معادلات حاکم بر هندسه ی درگیری و دینامیک تقریبی حلقه کنترل ارائه می شود. سینماتیک دو بعدی درگیری در شکل (۱) نشان داده شده است. در این شکل  $\sigma$  زاویه خط دید،  $r$  برد نسبی،  $V_t$  و  $V_m$  به ترتیب بردارهای سرعت رهگیر و هدف،  $A_t$  و  $A_m$  بردارهای شتاب جانبی رهگیر و هدف،  $\gamma_t$  و  $\gamma_m$  زوایای بردارهای سرعت رهگیر و هدف با خط مرجع و  $\theta_t$  و  $\theta_m$  زوایای بردارهای سرعت رهگیر و هدف با خط دید می باشد. روابط بین شتاب جانبی و بردار سرعت رهگیر و هدف به صورت زیر می باشد [۴-۱]:

$$A_m = \dot{\gamma}_m V_m \quad (1)$$

$$A_t = \dot{\gamma}_t V_t \quad (2)$$

با توجه به شکل (۱)، سرعت نسبی رهگیر و هدف در راستای خط دید ( $\dot{r}$ ) از حاصل جمع مولفه های سرعت آنها در راستای خط دید بدست می آید:

$$\dot{r} = V_t \cos(\theta_t) - V_m \cos(\theta_m) \quad (3)$$



شکل ۱- سینماتیک دو بعدی درگیری بین رهگیر و هدف [۷]

همچنین سرعت نسبی بین رهگیر و هدف در راستای عمود بر خط دید با جمع مولفه های سرعت آنها در راستای عمود بر خط دید به صورت زیر خواهد بود:

$$r\dot{\sigma} = V_t \sin(\theta_t) - V_m \sin(\theta_m) \quad (۴)$$

که در آن  $r\dot{\sigma}$  سرعت نسبی بین رهگیر و هدف در راستای عمود بر خط دید و یا سرعت نسبی جانبی بین رهگیر و هدف است. با مشتق گیری از رابطه (۳) با فرض ثابت بودن سرعت های رهگیر و هدف و با جایگذاری  $\theta_t = \gamma_t - \sigma$  و  $\theta_m = \gamma_m - \sigma$  داریم:

$$\frac{d}{dt}(\dot{r}) = r\dot{\sigma}^2 + A_t \sin(\gamma_t - \sigma) - A_m \sin(\gamma_m - \sigma) \quad (۵)$$

به همین ترتیب با مشتق گیری از رابطه ی (۴) خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dt}(r\dot{\sigma}) = -\dot{r}\dot{\sigma} + A_t \cos(\gamma_t - \sigma) - A_m \cos(\gamma_m - \sigma) \quad (۶)$$

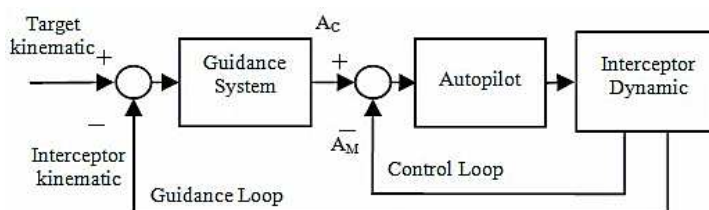
در روابط (۵) و (۶)،  $A_{t1} = A_t \sin(\gamma_t - \sigma)$ ،  $A_{m1} = A_m \sin(\gamma_m - \sigma)$ ،  $A_{t2} = A_t \cos(\gamma_t - \sigma)$  و  $A_{m2} = A_m \cos(\gamma_m - \sigma)$  مولفه های شتاب رهگیر و هدف در راستای عمود بر خط دید و مولفه های شتاب رهگیر و هدف در راستای عمود بر خط دید می باشند. بنابراین با تجزیه شتاب ها در راستا و عمود بر خط دید خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dt}(\dot{r}) = r\dot{\sigma}^2 + A_{t1} - A_{m1} \quad (۷)$$

$$\frac{d}{dt}(r\dot{\sigma}) = -\dot{r}\dot{\sigma} + A_{t2} - A_{m2} \quad (۸)$$

معادلات (۷) و (۸) روابط سینماتیکی دو بعدی بوده که اغلب برای طراحی قانون هدایت مورد استفاده قرار می گیرند. طراحان در این معادلات سیگنال کنترلی را شتاب اعمالی در راستای عمود بر خط دید در نظر گرفته و با توجه به رابطه (۸) آن را طوری طراحی می کنند که نرخ چرخش خط دید و یا سرعت نسبی جانبی را به صفر برسانند. بنابراین خط دید نخواهد چرخید و با برقراری شرط یعنی نزدیک شدن رهگیر به هدف، طبق ایده ی ناوبری موازی برخورد حتمی خواهد بود [۷-۱۰].

اما در عمل دینامیک رهگیر همچون شکل (۲) وجود داشته و دستور شتاب صادر شده برای رهگیر، بلافاصله و بصورت ایده آل اجرا نمی شود. این دینامیک باعث اشکال در اجرای دستور شتاب شده و احتمال برخورد با هدف را کاهش خواهد داد.



شکل ۲- حلقه های کنترل و هدایت [۲۳]

دینامیک تقریبی مرتبه اول حلقه کنترل پایدار شده در این مقاله به صورت زیر در نظر گرفته می شود [۲، ۱۹]:

$$\frac{d}{dt}(A_{m2}) = -\frac{1}{\tau} A_{m2} + \frac{1}{\tau} A_c \quad (۹)$$

که در آن  $A_c$  دستور شتاب جانبی صادر شده توسط قانون هدایت،  $A_{m2}$  شتاب جانبی اعمال شده توسط حلقه کنترل رهگیر در راستای عمود بر خط دید و  $\tau$  ثابت زمانی دینامیک تقریبی حلقه کنترل در اعمال دستور شتاب می باشد.

بنابراین با فرض  $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4] = [r \ \dot{r} \ r\dot{\sigma} \ A_{m2}]$  به عنوان متغیرهای حالت و  $u = A_c$  به عنوان ورودی کنترل، معادلات حالت حرکت و دینامیک تقریبی حلقه کنترل به صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{x_3^2}{x_1} + w_1 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{x_2 x_3}{x_1} + w_2 - x_4 \\ \dot{x}_4 &= -\frac{1}{\tau} x_4 + \frac{1}{\tau} u \end{aligned} \quad (10)$$

که در آن  $w_1 = A_{f1}$  شتاب هدف در راستای خط دید و  $w_2 = A_{f2}$  شتاب هدف در راستای عمود بر خط دید می‌باشد که به عنوان اغتشاش و نامعینی فرض شده‌اند. همانطور که در رابطه (۱۰) مشاهده می‌شود، دینامیک پایدار شده حلقه کنترل نیز به صورت دینامیک مرتبه اول تقریب زده شده و به همراه معادلات حاکم بر سینماتیک نسبی در نظر گرفته شده است. در بخش بعد ورودی کنترل برای این سیستم با استفاده از روش کنترل مد لغزشی طراحی می‌گردد.

### ۳- طراحی قانون هدایت

در این بخش با استفاده از کنترل مد لغزشی، قانون هدایت غیرخطی برای صفر کردن سرعت نسبی جانبی ( $x_3 = r\sigma$ ) با وجود نامعینی در رابطه (۱۰) طراحی خواهد شد. برای این منظور ابتدا رابطه بین ورودی و خروجی سیستم را به فرم نرمال تبدیل می‌کنیم. با مشتق گرفتن از متغیر خروجی خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} y &= x_3, \\ \dot{y} &= \dot{x}_3 = -\frac{x_2 x_3}{x_1} + w_2 - x_4, \\ \ddot{y} &= -\frac{x_3^3}{x_1^2} + 2\frac{x_2^2 x_3}{x_1^2} + \frac{x_2 x_4}{x_1} - \frac{x_3 w_1}{x_1} - \frac{x_2 w_2}{x_1} + \dot{w}_2 + \frac{1}{\tau} x_4 - \frac{1}{\tau} u \end{aligned} \quad (11)$$

برای طراحی به روش مد لغزشی، متغیر لغزش به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S(t) = \dot{y} + \lambda y \quad (12)$$

طبق تئوری کنترل مد لغزشی، قانون کنترل  $u$  طوری تعیین می‌شود که متغیر لغزش در مدت زمان محدود به صفر برسد و برای تمام زمان‌های بعد در آن حفظ شود [۲۴-۲۶]. دینامیک این متغیر لغزش به صورت زیر است:

$$\dot{S}(t) = \ddot{y} + \lambda \dot{y} \quad (13)$$

با جایگذاری (۱۱) در (۱۳) داریم:

$$\dot{S}(t) = -\frac{x_3^3}{x_1^2} + 2\frac{x_2^2 x_3}{x_1^2} + \frac{x_2 x_4}{x_1} + \frac{1}{\tau} x_4 - \lambda \frac{x_2 x_3}{x_1} - \frac{x_3}{x_1} w_1 + \left( \lambda - \frac{x_2}{x_1} \right) w_2 + \dot{w}_2 - \frac{1}{\tau} u \quad (14)$$

برای طراحی به روش مد لغزشی ابتدا تابع کاندید لیاپانوف به صورت زیر تعریف می‌گردد [۲۴]:

$$V = \frac{1}{2} S(t)^2 \quad (15)$$

که یک تابع مثبت معین می‌باشد. ورودی کنترل به نحوی طراحی می‌گردد که شرط لغزش زمان محدود زیر برقرار شود:

$$\dot{V} \leq -\eta |S(t)| \quad (16)$$

که در آن  $\eta$  یک ثابت مثبت است [۲۴]. با انتگرال گیری از طرفین شرط لغزش داریم:

$$S(t) \frac{dS(t)}{dt} \leq -\eta |S(t)| \Rightarrow \int_{S(0)}^0 \frac{S(t)}{|S(t)|} dS(t) \leq \int_0^{t_r} -\eta dt \Rightarrow \begin{cases} t_r \leq \frac{S(0)}{\eta} & S(t) > 0 \\ t_r \leq \frac{-S(0)}{\eta} & S(t) < 0 \end{cases} \quad (17)$$

بنابراین مدت زمان همگرایی متغیر لغزش از به صورت  $t_r \leq \frac{|S(0)|}{\eta}$  بوده که در آن مدت زمان صفر شدن متغیر لغزش است. برقراری این شرط تضمین می‌کند که متغیر لغزش در مدت زمان محدودی به صفر برسد و پایداری آن تضمین گردد. ورودی کنترل برای برقراری این شرط لغزش به فرم کلی زیر در نظر گرفته می‌شود [۲۴-۲۶]:

$$u = u_{eq} - k \operatorname{Sgn}(S) \quad (18)$$

که در آن  $u_{eq}$  کنترل معادل بوده و برای حذف جملات معین تعیین خواهد شد.  $k$  نیز جمله رساننده بوده و با برقراری شرط لغزش تعیین می‌شود و همچنین  $\operatorname{Sgn}(\cdot)$  تابع علامت است. با برقراری شرط لغزش (۱۶) داریم:

$$V = S(t) \dot{S}(t) = S(t) \left( -\frac{x_3^3}{x_1^2} + 2 \frac{x_2^2 x_3}{x_1^2} + \frac{x_2 x_4}{x_1} + \frac{1}{\tau} x_4 - \lambda \frac{x_2 x_3}{x_1} - \frac{x_3}{x_1} w_1 + \left( \lambda - \frac{x_2}{x_1} \right) w_2 + w_2 - \frac{1}{\tau} u \right) \leq -\eta |S(t)| \quad (19)$$

کنترل معادل برای حذف جملات معین در مشتق متغیر لغزش به صورت زیر بدست می‌آید:

$$u_{eq} = \tau \left( -\frac{x_3^3}{x_1^2} + 2 \frac{x_2^2 x_3}{x_1^2} + \frac{x_2 x_4}{x_1} + \frac{1}{\tau} x_4 - \lambda \frac{x_2 x_3}{x_1} \right) \quad (20)$$

با قرار دادن کنترل معادل (۲۰) در رابطه (۱۸) و سپس در رابطه (۱۹) خواهیم داشت:

$$S(t) \left( -\frac{x_3}{x_1} w_1 + \left( \lambda - \frac{x_2}{x_1} \right) w_2 + w_2 + \frac{1}{\tau} k \operatorname{Sgn}(S) \right) \leq -\eta |S(t)| \Rightarrow \quad (21)$$

$$k \leq -\tau \left( -\frac{x_3}{x_1} w_1 + \left( \lambda - \frac{x_2}{x_1} \right) w_2 + w_2 \right) \frac{S(t)}{|S(t)|} - \tau \eta$$

اگر  $k$  برابر با کمترین مقدار سمت راست رابطه (۲۱) انتخاب شود، همواره شرط لغزش (۱۶) برقرار خواهد شد. بنابراین داریم:

$$k = -\tau \left( \left| \frac{x_3}{x_1} \right| \alpha_1 + \left( \lambda + \left| \frac{x_2}{x_1} \right| \right) \alpha_2 \right) - \tau \eta \quad (22)$$

که در آن  $\alpha_1$  بیشینه مقدار نامعینی  $w_1$ ،  $\alpha_2$  بیشینه مقدار نامعینی  $w_2$  بوده و با توجه به هندسه‌ی درگیری بین رهگیر و هدف شتاب هدف در راستای عمود بر خط دید  $w_2$  ثابت فرض شده است. در نهایت قانون کنترل مد لغزشی به صورت زیر خواهد بود:

$$u = \tau \left( -\frac{x_3^3}{x_1^2} + 2 \frac{x_2^2 x_3}{x_1^2} + \frac{x_2 x_4}{x_1} + \frac{1}{\tau} x_4 - \lambda \frac{x_2 x_3}{x_1} \right) + \left( \tau \left( \left| \frac{x_3}{x_1} \right| \alpha_1 + \left( \lambda + \left| \frac{x_2}{x_1} \right| \right) \alpha_2 \right) + \tau \eta \right) \operatorname{Sgn}(\dot{y} + \lambda y) \quad (23)$$

همچنین قانون هدایت متناظر به صورت زیر حاصل می‌گردد.

$$A_c = \tau \left( -r \dot{\sigma}^3 + 2 \frac{\dot{r}^2 \dot{\sigma}}{r} + \frac{\dot{r}}{r} A_m + \frac{1}{\tau} A_m - \lambda \dot{r} \dot{\sigma} \right) + \left( \tau \left( \left| \dot{\sigma} \right| \alpha_1 + \left( \lambda + \left| \frac{\dot{r}}{r} \right| \right) \alpha_2 \right) + \tau \eta \right) \operatorname{Sgn}(r \dot{\sigma} + \dot{r} \sigma + \lambda \dot{\sigma}) \quad (24)$$

با اعمال این قانون هدایت، سرعت نسبی جانبی کنترل شده و برخورد با هدف تضمین می‌گردد. در این قانون هدایت تابع  $\operatorname{Sgn}(\cdot)$  یک تابع غیرخطی ناپیوسته بوده و باعث رخ دادن نوسان در سیگنال کنترلی خواهد شد. برای جلوگیری از رخ دادن این نوسان با استفاده از یک تقریب پیوسته، تابع  $\operatorname{Tanh}(\cdot)$  جایگزین تابع  $\operatorname{Sgn}(\cdot)$  می‌شود.

## ۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش شبیه‌سازی عددی ارائه شده و قوانین هدایت مورد مقایسه قرار می‌گیرند. برای این منظور ابتدا در سه سناریوی متفاوت، قانون هدایت پیشنهادی با ناوبری تناسبی و قانون هدایت مد لغزشی طراحی شده در مرجع [۸] که بدون در نظر گرفتن دینامیک حلقه کنترل طراحی گردیده است، مقایسه می‌گردد. سپس حساسیت روش پیشنهادی به تغییرات ثابت زمانی دینامیک حلقه کنترل بررسی می‌گردد. دستور شتاب جانبی در قانون هدایت پیشنهادی به صورت رابطه (۲۴) بوده که در آن  $\lambda=1$ ،  $\eta=10$ ،  $\alpha_1=0$  و  $\alpha_1=30$  در نظر گرفته می‌شود. دستور شتاب صادر شده توسط قانون هدایت ناوبری تناسبی از رابطه زیر حاصل می‌شود [۱، ۲]:

$$A_c = -NR\dot{\sigma} \quad (25)$$

$N$  ثابت ناوبری بوده و در تمامی شبیه‌سازی‌ها ۵ فرض می‌شود. همچنین قانون هدایت طراحی شده در مرجع [۸] به صورت زیر است:

$$A_c = -R\dot{\sigma} + (\alpha + \eta)Sgn(R\dot{\sigma}) \quad (26)$$

که در آن  $\alpha$  بیشینه اندازه شتاب هدف در راستای عمود بر خط دید بوده و مقدار آن در شبیه‌سازی‌های این مقاله برابر با ۳۰ است. در این روش همچنین  $\eta=10$  می‌باشد. شرایط اولیه در سه سناریوی شبیه‌سازی به صورت جدول (۱) در نظر گرفته شده است.

جدول ۱- شرایط اولیه و مقادیر پارامترها در سه سناریوی شبیه‌سازی

سناریوی درگیری	مقدار $\tau$ (s)	برد نسبی (m)	سرعت نزدیک شونده (m/s)	سرعت نسبی جانبی (m/s)
سناریوی اول	۰.۳	۵۰۰۰	۲۰۰	۲۵۰
سناریوی دوم	۱	۵۰۰۰	۲۰۰	۲۵۰
سناریوی سوم	۲	۵۰۰۰	۱۴۵	۳۲۵

همچنین فرض می‌شود هدف با مانور متغیر در حال فرار بوده که در هر سه سناریو بیشینه اندازه آن برابر با ۳۰ متر بر مجذور ثانیه می‌باشد.

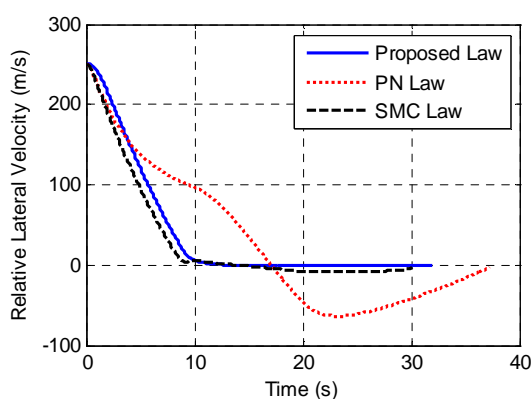
۴-۱- سناریوی اول: دینامیک مرتبه اول حلقه کنترل با  $\tau=0.3$  ثانیه

در این سناریو حلقه کنترل دارای دینامیک نسبتاً سریع با ثابت زمانی  $\tau=0.3$  ثانیه است. هدف نیز با شتاب جانبی متغیر که در شکل (۳) رسم گردیده در حال پرواز می‌باشد. قانون هدایت پیشنهادی و قانون هدایت طراحی شده در مرجع [۸] از بیشینه اندازه مانور هدف یعنی  $\alpha_2=30$  برای تولید دستور شتاب استفاده می‌کنند. در این سناریو نمودارهای دستور شتاب صادر شده توسط قوانین هدایت در شکل (۳-الف) و سرعت نسبی جانبی بین رهگیر و هدف (خروجی سیستم) در شکل (۳-ب) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، در این سناریو، هر سه قانون هدایت دستور شتاب نرمالی تولید کرده که منجر به صفر شدن سرعت نسبی جانبی می‌شود. بنابراین برخورد تضمین خواهد شد. البته دقت ردیابی شتاب هدف یا نامعینی در روش پیشنهادی بیشتر از دو روش دیگر است. همچنین با توجه به نمودارها، سرعت نزدیک شونده رهگیر به هدف در شکل (۴-الف) و برد نسبی بین رهگیر و هدف در شکل (۴-ب) مشاهده می‌شود که تا لحظه برخورد سرعت نزدیک شونده دارای مقدار مناسبی بوده و برد نسبی توسط هر سه قانون هدایت صفر خواهد شد. بنابراین در این سناریو با وجود اتوپیلوت سریع در حلقه کنترل، هر سه قانون هدایت قادر به برخورد با هدف می‌باشند.

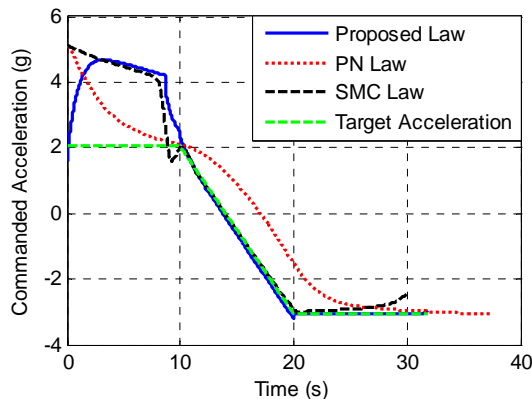
نمودارهای متغیر لغزش در شکل (۵-الف) و صفحه فاز خروجی در قانون هدایت پیشنهادی در شکل (۵-ب) رسم گردیده است. همانطور که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود، قانون هدایت پیشنهادی با دقت بیشتری قادر به صفر کردن متغیر لغزش می‌باشد. این افزایش دقت به دلیل استفاده از ضریب بزرگتر در تقریب لایه مرزی می‌باشد که در جدول (۲) درج گردیده است. در روش مورد استفاده در مرجع [۸] به دلیل صرف نظر کردن از دینامیک حلقه کنترل در روند طراحی، نامعینی سیستم افزایش می‌یابد. بنابراین حداکثر مقدار قابل استفاده برای ضریب  $\beta$  در تقریب تابع علامت ۰.۱ بوده و هر مقداری بزرگتر از آن منجر به چترینگ خواهد شد. اما در روش پیشنهادی به



دلیل در نظر گرفتن دینامیک حلقه کنترل می‌توان این ضریب را تا ۱۰۰ برابر بزرگتر در نظر گرفت که منجر به افزایش دقت می‌گردد. با توجه به مقادیر درج شده در جدول (۲) می‌توان دریافت که روش پیشنهادی نیازمند بیشینه اندازه شتاب کمتری بوده و دارای دقت بیشتری نسبت به دو روش دیگر است، اما زمان برخورد در آن نسبت به روش مورد استفاده در مرجع [۸] بیشتر می‌باشد.

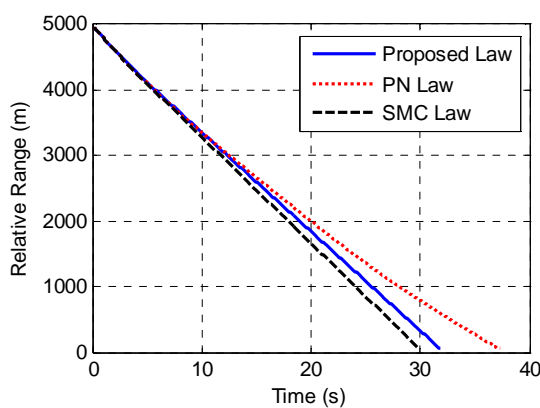


(ب)

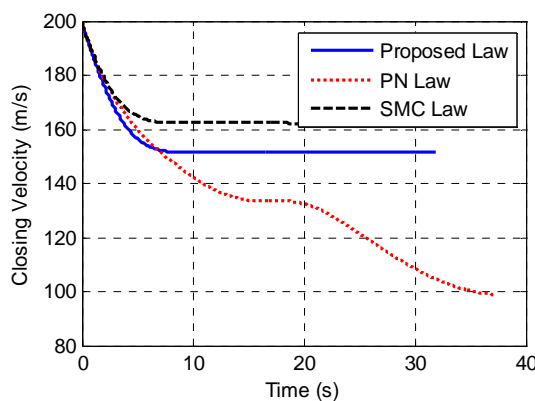


(الف)

شکل ۳-الف) دستور شتاب صادر شده توسط قانون هدایت (ب) سرعت نسبی جانبی (خروجی) به ازای  $\tau = 0.3$

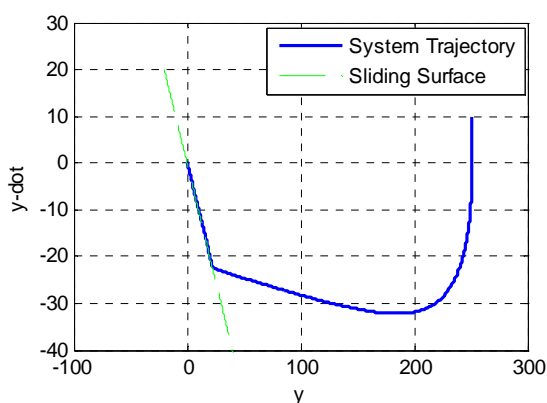


(ب)

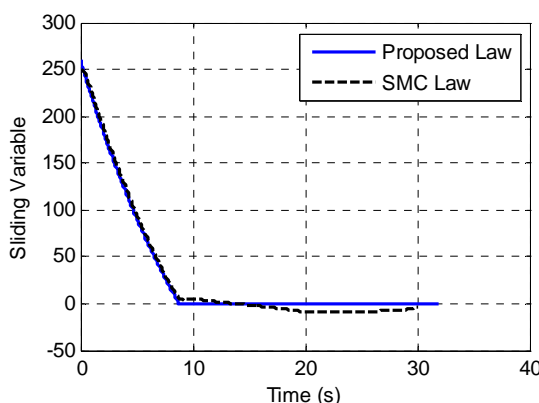


(الف)

شکل ۴-الف) سرعت نزدیک شونده بین رهگیر به هدف (ب) برد نسبی بین رهگیر و هدف به ازای  $\tau = 0.3$



(ب)



(الف)

شکل ۵-الف) متغیر لغزش (ب) صفحه فاز خروجی سیستم به ازای  $\tau = 0.3$

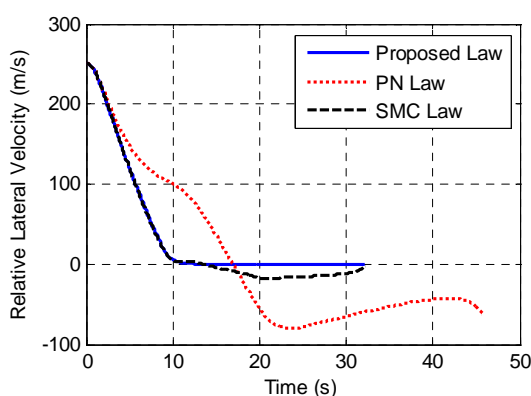
جدول ۲- مشخصات و مقادیر پارامترها در سناریوی اول

قانون هدایت	پیک دستور شتاب (g)	زمان برخورد (s)	فاصله از دست دهی (m)	$\lambda$	$\eta$	$\beta$	$N$
روش پیشنهادی	۴.۶	۳۱.۸	۰	۱	۱۰	۱۰	-
مد لغزشی	۵	۳۰	۰	۱	۱۰	۰.۱	-
تناسبی	۵	۳۷.۲	۰	-	-	-	۴

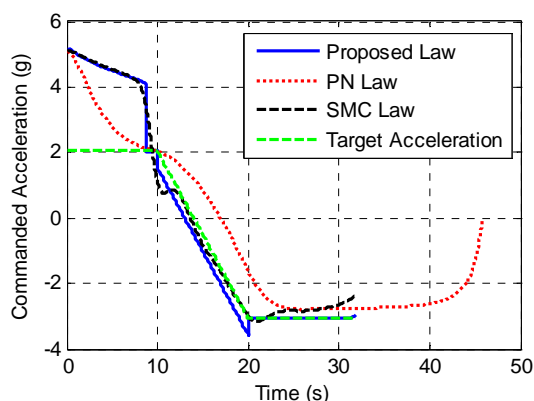
۴-۲- سناریوی دوم: دینامیک مرتبه اول حلقه کنترل با  $\tau=1$  ثانیه

در این سناریو فرض می‌شود که حلقه کنترل با دینامیکی با  $\tau=1$  ثانیه دستورات هدایت را اجرا می‌کند. هدف نیز با شتابی متغیر همانند سناریوی اول در حال فرار است. در این سناریو نمودارهای دستور شتاب صادر شده توسط قوانین هدایت در شکل (۶-الف) و سرعت نسبی جانبی بین رهگیر و هدف (خروجی سیستم) در شکل (۶-ب) رسم گردیده است. همانطور که مشاهده می‌شود در حالتی ثابت زمانی دینامیک حلقه کنترل ۱ ثانیه است، قانون هدایت پیشنهادی دستور شتاب مناسب و دقیقی تولید کرده که شتاب هدف را دنبال نموده و منجر به صفر شدن متغیر خروجی (سرعت نسبی جانبی) می‌شود. در روش مرجع [۸] نیز دستور شتاب نسبتاً مناسب بوده و با دقت کمتری قادر به صفر کردن سرعت نسبی جانبی است. اما روش هدایت تناسبی در حضور دینامیک حلقه کنترل با  $\tau=1$  ثانیه، دستور شتاب جانبی مناسبی صادر نکرده و قادر به کنترل سرعت نسبی جانبی نیست. بنابراین در روش تناسبی برخورد تضمین نخواهد شد. این اتفاق در شکل (۷-الف) و (۷-ب) مشهود است. با توجه در این شکل‌ها می‌توان دریافت که در روش تناسبی قبل از برخورد با هدف سرعت نزدیک شونده صفر شده و حلقه هدایت ناپایدار می‌گردد. حداقل فاصله رهگیر با هدف (فاصله از دست دهی) در این سناریو با استفاده از روش هدایت تناسبی برابر با ۲۳۰ متر خواهد بود.

در شکل‌های (۸-الف) و (۸-ب) نیز دقت بیشتر روش پیشنهادی نسبت به روش ارائه شده در مرجع [۸] مشاهده می‌گردد. با توجه به مقادیر درج شده در جدول (۳) ضریب تقریب تابع علامت در روش پیشنهادی را می‌توان تا ۴۰۰ برابر بزرگتر از قانون طراحی شده در مرجع [۸] انتخاب نمود.

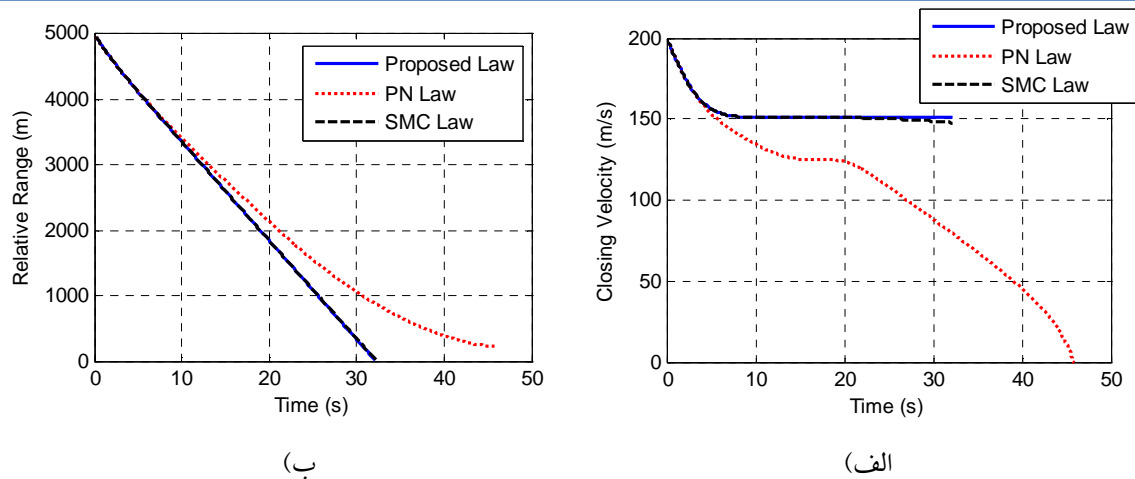
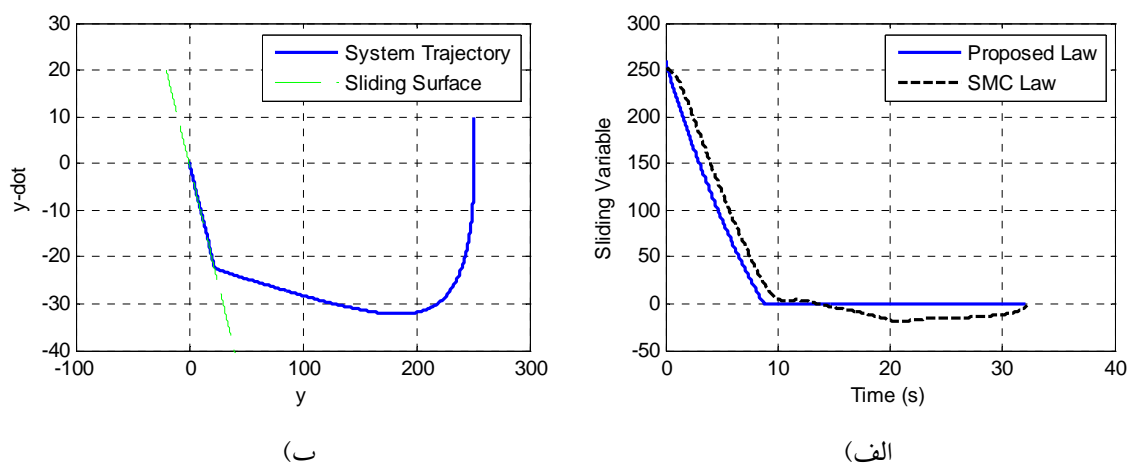


ب)



الف)

شکل ۶-الف) دستور شتاب صادر شده توسط قانون هدایت ب) سرعت نسبی جانبی (خروجی) به ازای  $\tau=1$

شکل ۷- الف) سرعت نزدیک شونده‌گی رهگیر به هدف ب) برد نسبی بین رهگیر و هدف به ازای  $\tau=1$ شکل ۸- الف) متغیر لغزش ب) صفحه فاز خروجی سیستم به ازای  $\tau=1$ 

جدول ۳- مشخصات و مقادیر پارامترها در سناریوی دوم

قانون هدایت	پیک دستور شتاب (g)	زمان اتمام شبیه سازی (s)	فاصله از دست دهی (m)	$\lambda$	$\eta$	$\beta$	$N$
روش پیشنهادی	۵	۳۲.۱	۰	۱	۱۰	۲۰	-
مد لغزشی	۵	۳۲.۲	۰	۱	۱۰	۰.۰۵	-
تناسبی	۵	۴۵.۸	۲۳۰	-	-	-	۴

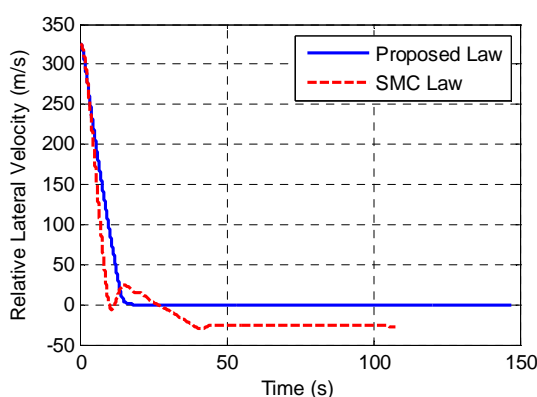
### ۴-۳- سناریوی سوم: دینامیک مرتبه اول حلقه کنترل با $\tau=2$ ثانیه

در این سناریو فرض می‌شود که حلقه کنترل با دینامیکی کند با  $\tau=2$  ثانیه دستورات هدایت را اجرا می‌کند. هدف نیز با شتابی متغیر که در شکل (۹) رسم گردیده است حرکت می‌کند. در این سناریو نیز پیشینه اندازه مانور هدف ۳۰ متر بر مجذور ثانیه می‌باشد. در این سناریو واضح است که قانون هدایت تناسبی قادر به برخورد با هدف نبوده و تنها قوانین هدایت پیشنهادی و قانون هدایت طراحی شده در مرجع [۸] مقایسه می‌گردند. با توجه به شکل‌های (۹-الف) و (۹-ب) در این سناریو نیز مشاهده می‌شود که روش پیشنهادی با دقت بسیار بالایی شتاب هدف را دنبال کرده و توانایی صفر کردن خروجی سیستم (سرعت نسبی جانبی) را دارد. اما قانون هدایت طراحی شده در مرجع [۸] قادر به کنترل سرعت نسبی جانبی نیست و همانطور که در شکل (۱۰) دیده می‌شود سرعت نزدیک شونده‌گی در این روش قبل از برخورد با هدف صفر شده و بنابراین این قانون هدایت قادر به صفر کردن برد نسبی نخواهد بود. با استفاده از این روش حتی با بهره بزرگتر  $\eta=30$

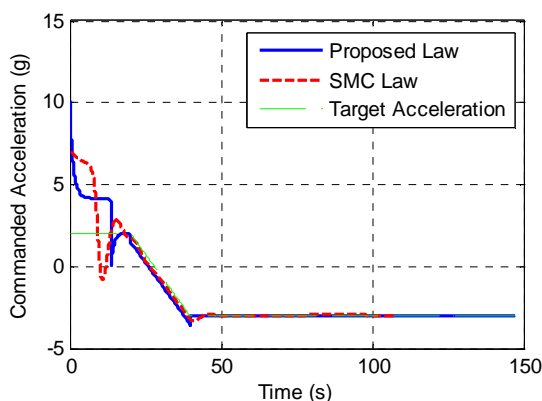
نسبت به روش پیشنهادی، حداقل فاصله تا هدف ۳۹۵ متر خواهد بود. ضریب تابع تقریب را نیز در روش پیشنهادی می توان تا ۵۰۰ برابر بزرگتر از روش مرجع [۸] در نظر گرفت که با توجه به شکل (۱۱) منجر به افزایش دقت در روش پیشنهادی می گردد. این اطلاعات در جدول (۴) درج گردیده است.

جدول ۴- مشخصات و مقادیر پارامترها در سناریوی سوم

$\beta$	$\eta$	$\lambda$	فاصله از دست دهی (m)	زمان اتمام شبیه سازی (s)	پیک دستور شتاب (g)	قانون هدایت
۱۰	۱۰	1	۰	۱۴۷	۹۸	روش پیشنهادی
۰.۰۲	۳۰	۱	۳۹۵	۱۰۸	۷۰	مد لغزشی

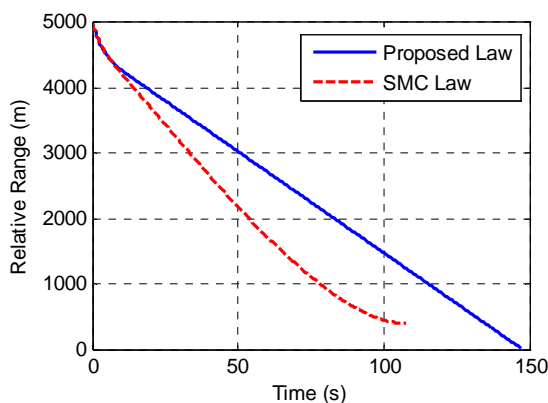


(ب)

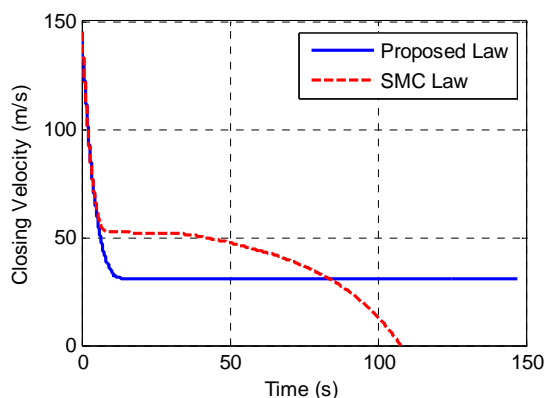


(الف)

شکل ۹- الف) دستور شتاب صادر شده توسط قانون هدایت (ب) سرعت نسبی جانبی (خروجی) به ازای  $\tau=2$

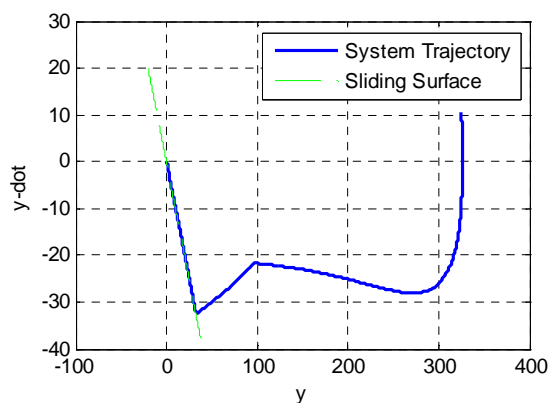


(ب)

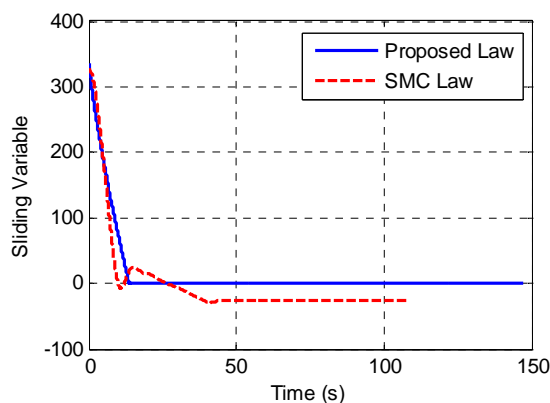


(الف)

شکل ۱۰- الف) سرعت نزدیک شونده رهگیر به هدف (ب) برد نسبی بین رهگیر و هدف به ازای  $\tau=2$



(ب)

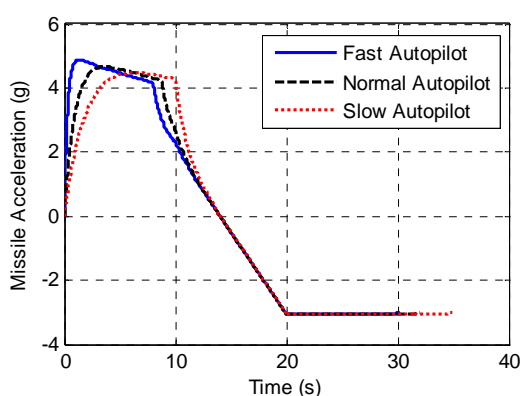


(الف)

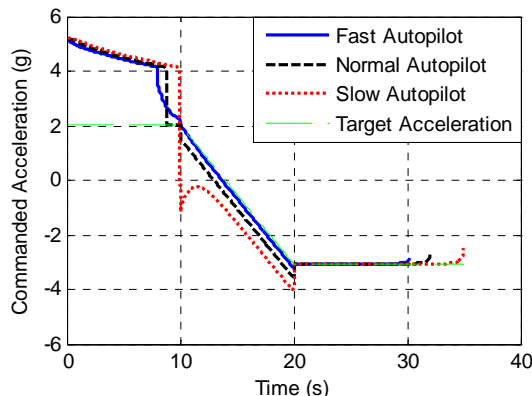
شکل ۱۱- الف) متغیر لغزش ب) صفحه فاز خروجی سیستم به ازای  $\tau=2$

#### ۴-۴- حساسیت قانون هدایت پیشنهادی به تغییرات $\tau$

در این بخش حساسیت قانون هدایت پیشنهادی به تغییرات ثابت زمانی دینامیک حلقه کنترل مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور قانون هدایت به ازای  $\tau=1$  ثانیه طراحی شده و فرض می‌شود چنین حلقه کنترلی حالت نرمال باشد. عملکرد این قانون هدایت در حضور اتوپایلوت سریع با  $\tau=0.3$  ثانیه و اتوپایلوت کند با  $\tau=2$  ثانیه بررسی می‌گردد. تمامی متغیرها و شرایط اولیه همانند سناریوی دوم انتخاب می‌گردند. در این حالت نمودارهای دستور شتاب صادر شده توسط قوانین هدایت در شکل (۱۲-الف) و شتاب اعمالی به رهگیر توسط اتوپایلوت در شکل (۱۲-ب) رسم گردیده است. در این شکل‌ها تاثیر دینامیک حلقه کنترل در اجرای دستور شتاب صادر شده توسط قانون هدایت مشاهده می‌شود. تاثیر دینامیک حلقه کنترل در صفر کردن سرعت نسبی جانبی بین رهگیر و هدف (خروجی سیستم) و متغیر لغزش در شکل (۱۳) نیز مشهود است. در شکل (۱۴) مشاهده می‌گردد که اتوپایلوت کند باعث کاهش سرعت نزدیک شتاب و افزایش مدت زمان برخورد خواهد شد. بنابراین در نظر گرفتن دینامیک حلقه کنترل حین طراحی قانون هدایت منجر به افزایش کارایی شده، اما عدم قطعیت در این دینامیک می‌تواند کارایی قانون هدایت را کاهش دهد. البته می‌توان برای افزایش کارایی قانون هدایت، عدم قطعیت در دینامیک حلقه کنترل را نیز در حین طراحی قانون هدایت مد نظر قرار داد.

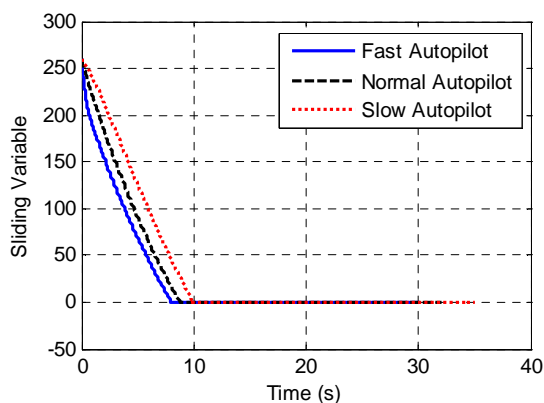


(ب)

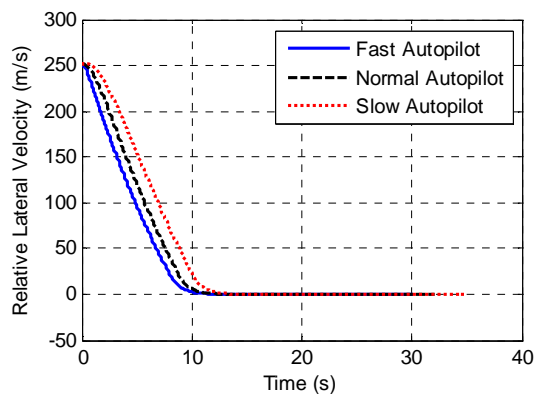


(الف)

شکل ۱۲- الف) دستور شتاب صادر شده توسط قانون هدایت ب) شتاب اعمالی توسط حلقه کنترل

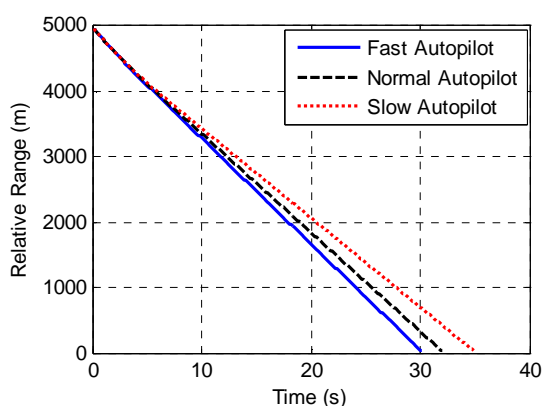


(ب)

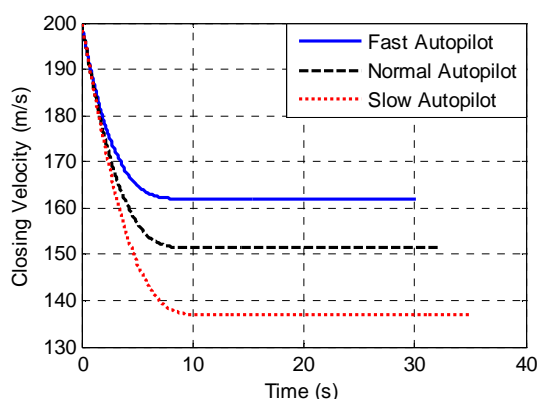


(الف)

شکل ۱۳- الف) سرعت نسبی جانبی (خروجی) ب) متغیر لغزش



(ب)



(الف)

شکل ۱۴- الف) سرعت نزدیک شوندگی رهگیر به هدف ب) برد نسبی بین رهگیر و هدف

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله قانون هدایتی با در نظر گرفتن دینامیک تقریبی حلقه کنترل طراحی گردید. برای این منظور دینامیک تقریبی مرتبه اول حلقه کنترل به معادلات سینماتیکی حاکم بر هندسه‌ی درگیری اضافه شد و سپس قانون هدایت غیرخطی و مقاومی با استفاده از روش کنترلی مد لغزشی طراحی گردید. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که در نظر نگرفتن این دینامیک در حین طراحی قانون هدایت، در صورتیکه حلقه کنترل رهگیر سریع باشد مشکل خاصی ایجاد نخواهد کرد. اما در حالتیکه حلقه کنترل با دینامیک کند دستورات هدایت را اجرا کند، قوانین هدایت قدیمی قادر به برخورد با هدف نخواهند بود و دینامیک کند حلقه کنترل می‌تواند منجر به کاهش دقت و حتی ناپایداری حلقه هدایت شود. روش پیشنهادی محاسبات پیچیده روش‌های طراحی یکپارچه را نداشته و می‌توان از آن در سامانه‌های موجود بدون تغییر در حلقه کنترل آنها استفاده نمود.

## مراجع

- [1] Siouris, G. M., *Missile Guidance and Control Systems*, Springer, 2005, pp. 194–228.
- [2] P. Zarchan, *Tactical and Strategic Missile Guidance*, AIAA Series, Sixth Edition, Vol. 239, 2012, pp. 13-38.

- [3] Lin. Y. P., Lin. CH. L., Li. Y. H., "Development of 3-D Modified Proportional Navigation Guidance Law against High-Speed Targets", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 49, No. 1, 2013, pp. 677 – 687.
- [4] Zhou, D., Sun, Sh., and Teo, K. L., "Guidance Laws with Finite Time Convergence," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 32, No. 6, November–December 2009, pp. 1838-1846.
- [5] Yanushevsky. R. and Boord. W., "Lyapunov approach to guidance laws design", Elsevier, Nonlinear Analysis 63, 2005, pp. 743 – 749.
- [6] Babaii. A. R. and Mortazavi. M., "New Lyapanov Stability Theory Based Guidance Law for Missile against Maneuvering Targets", Aerospace Mechanics Journal, Vol. 2, No. 1, pp. 69-76, 1385. (In Persian)
- [7] Behnamgol, V. and Ghahramani, N. A., "Design of a New Proportional Guidance Algorithm Using Sliding Mode Control," Aerospace Mechanics Journal, Vol. 10, No. 1, 1393. (In Persian)
- [8] Moon, J., Kim, K., and Kim, Y., "Design of Missile Guidance Law via Variable Structure Control," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 24, No. 4, 2001, pp. 659 - 664.
- [9] Behnamgol, V., Mohammadzaman, I., Vali, A. R., Ghahramani, N. A., "Guidance Law Design Using Finite Time Second Order Sliding Mode Control," Journal Of Control, Vol. 5, No. 3, pp. 36-44, 1390. (In Persian)
- [10] Shtessel, Y. B., Shkolnikov, I. A., and Levant, A., "Smooth second-order sliding modes: Missile guidance application", Automatica, NO 43, 2007, pp. 1470 – 1476.
- [11] Harl, N., and Balakrishnan, S. N., "Impact Time and Angle Guidance with Sliding Mode Control," IEEE Transaction on Control Systems Technology, 2011.
- [12] Sachit Rao, and Debasish Ghose, "Terminal Impact Angle Constrained Guidance Laws Using Variable Structure Systems Theory", IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, VOL. 21, NO. 6, NOVEMBER 2013, pp. 2350-2359.
- [13] Sh. R. Kumar, S. Rao, and D. Ghose, "Nonsingular Terminal Sliding Mode Guidance with Impact Angle Constraints", JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS, Vol. 37, No. 4, July–August 2014, pp. 1114-1130.
- [14] W. Wang, Sh. Xiong, X. Liu, S. Wang and L. Ma, "Adaptive nonsingular terminal sliding mode guidance law against maneuvering targets with impact angle constraint", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, June 2014.
- [15] Vaddi. S. S., Menon. P. K., Ohlmeyer. E. J., "Numerical State-Dependent Riccati Equation Approach for Missile Integrated Guidance Control", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 32, No. 2, March–April 2009.
- [16] A. Koren, M. Idan, "Integrated Sliding Mode Guidance and Control for Missile with on-off Actuators", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 31, No. 1, January-February 2007, pp. 204-213.
- [17] SHTESSEL, Y. B., SHKOLNIKOV, I. A., LEVANT, A., "Guidance and Control of Missile Interceptor using Second-Order Sliding Modes", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, VOL. 45, NO. 1, JANUARY 2009, pp. 110-124.
- [18] Shtessel, Y. B., Christian H. Tournes, "Integrated Higher-Order Sliding Mode Guidance and Autopilot for Dual-Control Missiles", JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS, Vol. 32, No. 1, January–February 2009, pp. 79-94.

- [19] J. H. CHEN, Y. A. ZHANG, J. Y. YU, "LYAPUNOV STABILITY BASED GUIDANCE LAW CONSIDERING COMPENSATION TO DYNAMICS OF MISSILE", Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Guangzhou, 18-21 August 2005.
- [20] D. R. Taur, "A Sliding Mode Nonlinear Guidance with Navigation Loop Dynamics of Homing Missiles", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Toronto, Canada, 2 - 5 August 2010.
- [21] D. Chwa, J. Y. Choi, "Adaptive nonlinear guidance law considering control loop dynamics", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 39, No. 4, 2004, pp. 1134 – 1143.
- [22] D. Chwa, J. Y. Choi, S.G. Anavatti, , "Observer-based adaptive guidance law considering target uncertainties and control loop dynamics", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 14 , No. 1, 2005, pp. 112 – 123.
- [23] N.A. Shneydor, Missile Guidance and Pursuit: Kinematics, Dynamics and Control, Horwood Publishing, 1998.
- [24] H. K. Khalil, Nonlinear Systems, Third Edition, Prentice-Hall, Upper Saddle River, 2002, pp. 552-578.
- [25] Slotine, J. J. E., and Li, W., Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 1991, pp. 276-309.
- [26] Fridman. L., Moreno. J. and Iriarte. R., Sliding Modes after the First Decade of the 21st Century, Springer, 2011.