وحید بهنام گل'، احمدرضا ولی ٰ و علی محمدی ؓ

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری مهندسی برق – کنترل، دانشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، vahidbehnamgol@mut.ac.ir تا ویسنده مسئول، دانشیار، دانشگاه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، aut.ac.ir ar.vali@aut.ac.ir استادیار، دانشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر ، ali\_mohammadi@yahoo.com

(تاریخ دریافت مقاله: ۳۱/ ۱۳۹۳/۱ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۱/۳۰)



دانتگاه صنعتی سهند نشریه سامانه کای غیرخطی در

مهندسي برق

جلد ۳- شماره ۱ - تابستان ۱۳۹۴

صفحه ۱۲۲ الی ۱۳۷

ISSN: 2322-3146 http://jnsee.sut.ac.ir

چکیدہ

### واژه های کلیدی

هدايت، ديناميک حلقه کنترل،

كنترل مد لغزشي.

در این مقاله، از تئوری کنترل مد لغزشی برای طراحی قانون هدایت استفاده گردیده است. قانون هدایت دستور شتاب جانبی رهگیر را برای برخورد با هدف صادر کرده که این دستور شتاب توسط سیستم کنترل به رهگیر اعمال میشود. برای این منظور در این مقاله معادلات سینماتیکی غیرخطی حاکم بر هندسهی درگیری رهگیر و هدف به همراه دینامیک تقریبی مرتبه اول حلقه کنترل رهگیر استخراج گردیده است. سپس با استفاده از تئوری کنترل مد لغزشی، قانون هدایت با درنظر گرفتن دینامیک تقریبی مرتبه اول حلقه کنترل طراحی میشود. دینامیک حلقه کنترل اغلب در طراحی قانون هدایت توسط طراحان دیده نمیشود. اما در عمل این دینامیک وجود داشته و در نظر نگرفتن آن ممکن است منجر به ناپایداری در حلقه هدایت شود. همچنین به دلیل استفاده از تئوری کنترل مد لغزشی، قانون هدایت طراحی شده غیرخطی بوده و در مقابل اغتشاش و نامعینیهایی همچون مانور هدف مقاوم میباشد. بنابراین قانون هدایت طراحی شده تنها با داشتن محدودهی این نامعینیها دستور شتاب مناسب برای برخورد با اهداف مانوردار را صادر کرده و نیازی به اندازه گیری و یا تخمین آنها در حین رهگیری نیست. برای حذف چترینگ در سیگنال کنترلی و تولید دستور شتاب هموار نیز از روش تقریب پیوسته استفاده شده و در ورودی کنترل، تابع ناپیوستهی علامت با تابعی پیوسته تقریب زده شده است.



Journal of Nonlinear Systems in Electrical Engineering Vol.3, No.1, Summer 2015 ISSN: 2322 – 3146 http://jnsee.sut.ac.ir

# Design of Nonlinear and Robust Guidance Law Considering Approximation of Control Loop Dynamics

VahidBehnamgol<sup>1</sup>, Ahmadreza Vali<sup>2</sup>, and Ali Mohammadi<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Ph.D. Candidate in Control Engineering, Control Engineering Department, MalekAshtar University of Technology, vahidbehnamgol@mut.ac.ir

<sup>2</sup> **Corresponding Author**, Associate Prof., Control Engineering Department, MalekAshtar University of Technology, ar.vali@aut.ac.ir

<sup>3</sup> Assistant Prof., Control Engineering Department, MalekAshtar University of Technology, ali\_mohhamadi@yahoo.com

# ABSTRACT

## 07 ]

Downloaded from jnsee.sut.ac.ir on 20

### Keywords

Guidance, Control loop dynamics, Sliding mode control. In this paper, the sliding mode control theory is used to design of guidance law. The lateral acceleration is commanded by the guidance law and this command is implemented by control loop of interceptors. In this paper, the kinematics relations of motion and an approximation of control loop dynamics are modeled. Then, by using the sliding mode control theory, the guidance law is designed in the presence of the first order approximated control loop dynamics. This dynamic usually is not considered by designers. In practice, there is a lag for control loop that may lead to instability in the guidance loop since using the siding mode control theory, the guidance law is nonlinear and is robust against uncertainty and disturbances. Therefore, only with having the bounds of the uncertainty, the guidance law generates the commands to intercept maneuvering targets, and measuring or estimating of target maneuvers is not required. The approximation method is used for removing chattering in control signal and the discontinuous term of control law is replaced with a continuous function.

#### ۱- مقدمه

هدایت، عبارتست از فرآیند رساندن یک جسم متحرک در فضا به یک نقطهی معین که هدف نامیده میشود. برای این منظور سیستم هدایت در اجسام پرنده از جمله رهگیرها، دستور شتاب جانبی مناسبی را برای برخورد با هدف صادر میکند. این دستور شتاب توسط سیستم کنترل در رهگیر اجرا خواهد شد. برای مثال یک روش برای اجرای دستورات هدایت استفاده از سطوح آیرودینامیکی میباشد. برای این منظور سیستم کنترل با تغییر در زاویه سطوح آیرودینامیکی دستور شتاب جانبی را به رهگیر اعمال میکند. در سیستم هدایت قوانين هدايت مختلفي استفاده مي شود. وظيفه قانون هدايت تعيين دستور شتاب در هر لحظه براي تضميين برخورد با هدف ميباشد. قانون هدایت تناسبی از پرکاربردترین قوانین هدایت مورد استفاده در رهگیرها بوده که بر اساس ایده ناوبری موازی سعی در صفر کردن نرخ چرخش خط دید بین رهگیر و هدف دارد. بر اساس اصل ناوبری موازی اگر خط دید (خط واصل دو جسم متحرک در فضا) نچرخد، این دو جسم حتما با یکدیگر برخورد خواهند نمود. در حالت ایده آل، یعنی زمانی که اهداف بدون مانور و شتاب جانبی هستند و همچنین حلقه کنترل بلافاصله دستورات سیستم هدایت را اجرا می کند، قانون هدایت تناسبی یک حل بهینه میباشد. اما در حالت غیرخطی برای رهگیری اهداف مانوردار و با وجود دینامیک حلقه کنترل، این قانون هدایت کارایی مناسبی ندارد [۱–۳].

برای افزایش کارایی سیستم هدایت از تئوریهای کنترل غیرخطی از جمله روش طراحی لیاپانوف استفاده گردیده که در اینصورت تنها از معادلات غیرخطی حاکم بر هندسهی درگیری برای طراحی استفاده میشود [۴–۶]. همچنین با استفاده از کنترل مد لغزشی می توان قوانین هدایت را برای فاز نهایی رهگیرهای آشیانه یاب طراحی نمود. در این صورت علاوه بر طراحی قانون هدایت غیرخطی، میتوان سیستم هدایت را در مقابل مانورهای هدف و دیگر نامعینیهای حلقه هدایت مقاوم نمود [۷–۱۴]. برای این منظور در مراجع [۷] و [۸] از کنترل مد لغزشی مرتبه اول و در مراجع [۹] و [۱۰] از ایدهی مورد استفاده در مد لغزشی مرتبه دوم برای طراحی قانون هدایت استفاده گردیده که منجر به هموار شدن دستور شتاب می شود. در مراجع [۱۱–۱۴] نیز از تئوری مد لغزشی مرتبه اول، مد لغزشی غیر سینگولار و مد لغزشی تطبیقی برای طراحی قانون هدایت جهت برخورد با زاویه محدود استفاده گردیده است.

در تمامی مراجع ذکر شده اگرچه قوانین هدایت به دلیل غیرخطی و مقاوم بودن نسبت به ناوبری تناسبی دارای برتری میباشند، اما این قوانین هدایت نیز همانند ناوبری تناسبی با فرض ایدهآل بودن دینامیک حلقه کنترل طراحی گردیدهاند. به عبارت دیگر در این مراجع در حین طراحی قانون هدایت، دینامیک حلقه کنترل در نظر گرفته نشده و فرض شده است که دستورات سیستم هدایت بلافاصله و بدون هیچ گونه تاخیری اعمال میشود. بنابراین در حالت واقعی کارایی آنها در حضور دینامیک حلقه کنترل کاهش مییابد و محدودههای پایداری تضمین نمی گردند. دینامیک حلقه کنترل همچنین منجر به فاصله گرفتن نرخ چرخش خط دید از صفر شده و در این صورت برخورد با هدف تضمین نخواهد شد. برای رفع این مشکل در مراجع [۱۵–۱۸] مسئلهی طراحی یکپارچه سیستم هدایت و کنترل مطرح گردیده و دینامیک کامل رهگیر در روند طراحی سیستم هدایت مد نظر قرار می گیرد. در [16] از تئوری معادلات ریکاتی وابسته به حالت، در [19] از کنترل مد لغزشی و در مراجع [۱۷] و [۱۸] از تئوریهای مد لغزشی مرتبه دوم و مرتبه بالا برای طراحی سیستم هدایت و کنترل یکپارچه استفاده گردیده است. روند طراحی در این مراجع بسیار پیچیده بوده و تنها یک سیستم یکپارچه هدایت و کنترل در آنها طراحی می گردد. در این مراجع مستقیما زاویه سطوح آیرودینامیکی به عنوان ورودی کنترل در نظر گرفته شده و برای جلوگیری از چرخیدن خط دید طراحی می گردد. بنابراین دستور شتاب در این نوع سیستمها حذف میشود. لذا سیستم طراحی شده در این مراجع در سامانههای موجود که دارای دو حلقهی مجزا میباشند، قابل پیادهسازی نخواهد بود. به عبارت دیگر در سامانههای موجود باید دستور شتاب طراحی گردد و برای بهبود کارایی این سامانهها میتوان در روند طراحی دستور شتاب، دینامیک تقریبی حلقه کنترل را نیز در نظر گرفت. در صورت در نظر گرفتن دینامیک حلقه کنترل در حین طراحی سیستم هدایت، نیازی به تغییر کلی در حلقههای هدایت و کنترل سامانههای موجود نبوده و از پیچیدگی در روند طراحی نیز جلوگیری خواهد شد. دینامیک حلقه کنترل پایدار شده را میتوان به صورت یک دینامیک مرتبه اول تقریب زد و در حلقه هدایت در نطر گرفت [۲، ۱۹]. در مرجع [۱۹] دینامیک تقریبی و مرتبه اول حلقه کنترل در حین طراحی قانون هدایت در نظر گرفته شده است در این مرجع از تئوری لیاپانوف برای طراحی سیستم هدایت استفاده شده است. در مرجع [۲۰] دینامیک تقریبی

بخش اندازه گیر اطلاعات و ناوبری در روند طراحی قانون هدایت مد لغزشی درنظر گرفته شده و در مرجع [۲۱] نیز از کنترل تطبیقی غیرخطی برای طراحی قانون هدایت با درنظر گرفتن دینامیک حلقه کنترل استفاده گردیده است. در نهایت در مرجع [۲۲] علاوه بر در نظر گرفتن دینامیک حلقه کنترل در حین طراحی قانون هدایت، از رویتگر نیز در سیستم هدایت تطبیقی استفاده گردیده است.

در این مقاله دینامیک مرتبه اول حلقه کنترل در روند طراحی قانون هدایت در نظر گرفته میشود. برای طراحی قانون هدایت از روش غیرخطی و مقاوم مد لغزشی استفاده میگردد. بنابراین قانون هدایت غیرخطی طراحی شده، نسبت به مانورهای هدف مقاوم بوده و دینامیک حلقه کنترل نیز در روند طراحی شدن آن در نظر گرفته میشود. این قانون هدایت همانند قوانین هدایت پیشین در سامانههای موجود قابل اعمال میباشد.

در ادامه مقاله در بخش دوم، فرمولبندی هندسهی درگیری صورت گرفته و معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم استخراج میشوند. در بخش سوم، از کنترل مد لغزشی برای طراحی سیستم هدایت استفاده میگردد. در بخش چهارم با استفاده از شبیهسازی برتری روش پیشنهادی نسبت به روش هدایت تناسبی و قانون هدایتی که در مراجع با فرض ایده آل بودن دینامیک حلقه کنترل طراحی گردیدهاند، نشان داده میشود. در انتها نتیجه گیری و جمع بندی ارائه میشود.

### ۲- فرمول بندی مسئله

$$A_m = \dot{\gamma}_m V_m \tag{1}$$

$$A_t = \dot{\gamma}_t V_t \tag{(Y)}$$

با توجه به شکل (۱)، سرعت نسبی رهگیر و هدف در راستای خط دید ( r ) از حاصلجمع مولفههای سرعت آنها در راستای خط دید بدست میآید:

همچنین سرعت نسبی بین رهگیر و هدف در راستای عمود بر خط دید با جمع مولفههای سرعت آنها در راستای عمود بر خط دید بهصورت زیر خواهد بود:

An

inte

[1

$$r\dot{\sigma} = V_t \sin(\theta_t) - V_m \sin(\theta_m) \tag{(f)}$$

که در آن 
$$\sigma$$
 سرعت نسبی بین رهگیر و هدف در راستای عمود بر خط دید و یاسرعت نسبی جانبی بین رهگیر و هدف است.  
با مشتق گیری از رابطه (۳) با فرض ثابت بودن سرعتهای رهگیر و هدف و با جایگذاری  $\sigma - \sigma_m = \gamma_m - \sigma$  داریم:  
 $\frac{d}{dt}(\dot{r}) = r\dot{\sigma}^2 + A_t \sin(\gamma_t - \sigma) - A_m \sin(\gamma_m - \sigma)$  (۵)

به همین ترتیب با مشتق گیری از رابطهی (۴) خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dt}(r\dot{\sigma}) = -\dot{r}\dot{\sigma} + A_t \cos(\gamma_t - \sigma) - A_m \cos(\gamma_m - \sigma)$$
<sup>(\$)</sup>

در روابط (۵) و (۶)،  $(-\sigma) = A_m \sin(\gamma_m - \sigma)$ ،  $(A_{m1} = A_t \sin(\gamma_t - \sigma))$ ،  $(A_{m1} = A_m \sin(\gamma_m - \sigma))$  در روابط (۵) و (۶)،  $(-\sigma) = A_{m2} = A_m \cos(\gamma_m - \sigma)$  $(-\sigma) = A_{m2} = A_m \cos(\gamma_m - \sigma)$   $(-\sigma) = A_{m2} = A_m \cos(\gamma_m - \sigma)$   $(-\sigma) = A_{m2} = A_m \cos(\gamma_m - \sigma)$   $(-\sigma) = A_{m2} = A_m \cos(\gamma_m - \sigma)$   $(-\sigma) = A_{m2} = A_m \cos(\gamma_m - \sigma)$   $(-\sigma) = A_{m2} = A_m \cos(\gamma_m - \sigma)$ 

$$\frac{d}{dt}(\dot{r}) = r\dot{\sigma}^2 + A_{t1} - A_{m1} \tag{V}$$

$$\frac{d}{dt}(r\dot{\sigma}) = -\dot{r}\dot{\sigma} + A_{t2} - A_{m2} \tag{A}$$

معادلات (۷) و (۸) روابط سینماتیکی دو بعدی بوده که اغلب برای طراحی قانون هدایت مورد استفاده قرار میگیرند. طراحان در این معادلات سیگنال کنترلی را شتاب اعمالی در راستای عمود بر خط دید در نظر گرفته و با توجه به رابطه (۸) آن را طوری طراحی میکنند که نرخ چرخش خط دید و یا سرعت نسبی جانبی را به صفر برساند. بنابراین خط دید نخواهد چرخید و با برقراری شرط یعنی نزدیک شدن رهگیر به هدف، طبق ایدهی ناوبری موازی برخورد حتمی خواهد بود [۲–۱۰].

اما در عمل دینامیک رهگیر همچون شکل (۲) وجود داشته و دستور شتاب صادر شده برای رهگیر، بلافاصله و بصورت ایدهآل اجرا نمیشود. این دینامیک باعث اشکال در اجرای دستور شتاب شده و احتمال برخورد با هدف را کاهش خواهد داد.



شکل ۲- حلقه های کنترل و هدایت[۲۳]

ديناميك تقريبي مرتبه اول حلقه كنترل پايدارشده در اين مقاله به صورت زير در نظر گرفته مي شود[۲، ۱۹]:

$$\frac{d}{dt}(A_{m2}) = -\frac{1}{\tau}A_{m2} + \frac{1}{\tau}A_c \tag{9}$$

که در آن <sub>A</sub><sub>c</sub>دستور شتاب جانبی صادر شده توسط قانون هدایت، A<sub>m2</sub> شتاب جانبی اعمال شده توسط حلقه کنترل رهگیر در راستای عمود بر خط دید و τ ثابت زمانی دینامیک تقریبی حلقه کنترل در اعمال دستور شتاب میباشد.

بنابراین با فرض  $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & r & r & A_{m\,2} \end{bmatrix}$ به عنوان متغیرهای حالت و  $u = A_c$  به عنوان ورودی کنترل، معادلات حالت حرکت و دینامیک تقریبی حلقه کنترل به صورت زیر خواهند بود:

$$\dot{x}_{1} = x_{2}$$

$$\dot{x}_{2} = \frac{x_{3}^{2}}{x_{1}} + w_{1}$$

$$\dot{x}_{3} = -\frac{x_{2}x_{3}}{x_{1}} + w_{2} - x_{4}$$

$$\dot{x}_{4} = -\frac{1}{\tau}x_{4} + \frac{1}{\tau}u$$
(1.)

که در آن w<sub>l</sub> = A<sub>t1</sub> شتاب هدف در راستای خط دید و w<sub>2</sub> = A<sub>t2</sub> شتاب هدف در راستای عمود بر خط دید میباشد که به عنوان اغتشاش و نامعینی فرض شدهاند. همانطور که در رابطه (۱۰) مشاهده میشود، دینامیک پایدار شده حلقه کنترل نیز بهصورت دینامیک مرتبه اول تقریب زده شده و به همراه معادلات حاکم بر سینماتیک نسبی درنظر گرفته شده است. در بخش بعد ورودی کنترل برای این سیستم با استفاده از روش کنترل مد لغزشی طراحی می گردد.

# ۳- طراحی قانون هدایت

در این بخش با استفاده از کنترل مد لغزشی، قانون هدایت غیرخطی برای صفر کردن سرعت نسبی جانبی ( x<sub>3</sub> = rơ) با وجود نامعینی در رابطه (۱۰) طراحی خواهد شد. برای این منظور ابتدا رابطه بین ورودی و خروجی سیستم را به فرم نرمال تبدیل میکنیم. با مشتق گرفتن از متغیر خروجی خواهیم داشت:

$$y = x_3,$$

$$\dot{y} = \dot{x}_3 = -\frac{x_2 x_3}{x_1} + w_2 - x_4,$$

$$\ddot{y} = -\frac{x_3^3}{x_1^2} + 2\frac{x_2^2 x_3}{x_1^2} + \frac{x_2 x_4}{x_1} - \frac{x_3 w_1}{x_1} - \frac{x_2 w_2}{x_1} + \dot{w}_2 + \frac{1}{\tau} x_4 - \frac{1}{\tau} u$$

$$(11)$$

$$y = x_1 x_2 x_3 + \frac{x_2 x_3}{x_1^2} + \frac{x_2 x_4}{x_1} - \frac{x_3 w_1}{x_1} - \frac{x_2 w_2}{x_1} + \dot{w}_2 + \frac{1}{\tau} x_4 - \frac{1}{\tau} u$$

$$(12)$$

$$y = y + \lambda y$$

$$(13)$$

طبق تئوری کنترل مد لغزشی،قانون کنترل u طوری تعیین میشود که متغیر لغزش در مدت زمان محدود به صفر برسد و برای تمام زمان-های بعد در آن حفظ شود [۲۴–۲۶]. دینامیک این متغیر لغزش به صورت زیر است:

$$\dot{S}(t) = \ddot{y} + \lambda \dot{y} \tag{17}$$

با جایگذاری (۱۱) در (۱۳) داریم:

$$\dot{S}(t) = -\frac{x_3^3}{x_1^2} + 2\frac{x_2^2 x_3}{x_1^2} + \frac{x_2 x_4}{x_1} + \frac{1}{\tau}x_4 - \lambda\frac{x_2 x_3}{x_1} - \frac{x_3}{x_1}w_1 + \left(\lambda - \frac{x_2}{x_1}\right)w_2 + \dot{w}_2 - \frac{1}{\tau}u \tag{14}$$

برای طراحی به روش مد لغزشی ابتدا تابع کاندید لیاپانوف به صورت زیر تعریف می گردد[۲۴]:

$$V = \frac{1}{2}S(t)^2 \tag{10}$$

$$V \le -\eta \left| S\left(t\right) \right| \tag{19}$$

که در آن  $\eta$  یک ثابت مثبت است[۲۴]. با انتگرال گیری از طرفین شرط لغزش داریم:

$$S(t)\frac{dS(t)}{dt} \le -\eta \left| S(t) \right| \Rightarrow \int_{S(0)}^{0} \frac{S(t)}{\left| S(t) \right|} dS(t) \le \int_{0}^{t_{r}} -\eta dt \Rightarrow \begin{cases} t_{r} \le \frac{S(0)}{\eta} & S(t) > 0\\ t_{r} \le \frac{-S(0)}{\eta} & S(t) < 0 \end{cases}$$
(1V)

بنابراین مدت زمان همگرایی متغیر لغزش از به صورت  $\frac{|S(0)|}{\eta} = t_r + r_r$  بوده که در آن *t* مدت زمان صفر شدن متغیر لغزش است. برقراری این شرط تضمین می کند که متغیر لغزش در مدت زمان محدودی به صفر برسد و پایداری آن تضمین گردد. ورودی کنترل برای برقراری این شرط لغزش به فرم کلی زیر در نظر گرفته می شود [۲۴–۲۶]:

$$u = u_{eq} - kSgn(S) \tag{1A}$$

که در آن <sub>ueq</sub> کنترل معادل بوده و برای حذف جملات معین تعیین خواهد شد. k نیز جمله رساننده بوده و با برقراری شرط لغزش تعیین میشود و همچنین (.)Sgn تابع علامت است. با برقراری شرط لغزش (۱۶) داریم:

$$\dot{V} = S(t)\dot{S}(t) = S(t) \left( -\frac{x_3^3}{x_1^2} + 2\frac{x_2^2 x_3}{x_1^2} + \frac{x_2 x_4}{x_1} + \frac{1}{\tau}x_4 - \lambda \frac{x_2 x_3}{x_1} - \frac{x_3}{x_1}w_1 + \left(\lambda - \frac{x_2}{x_1}\right)w_2 + \dot{w}_2 - \frac{1}{\tau}u \right) \le -\eta |S(t)|^{(1q)}$$

کنترل معادل برای حذف جملات معین در مشتق متغیر لغزش به صورت زیر بدست می آید:

$$u_{eq} = \tau \left( -\frac{x_3^3}{x_1^2} + 2\frac{x_2^2 x_3}{x_1^2} + \frac{x_2 x_4}{x_1} + \frac{1}{\tau} x_4 - \lambda \frac{x_2 x_3}{x_1} \right)$$
(Y.)

با قرار دادن کنترل معادل (۲۰) در رابطه (۱۸) و سپس در رابطه (۱۹) خواهیم داشت:

$$S(t)\left(-\frac{x_3}{x_1}w_1 + \left(\lambda - \frac{x_2}{x_1}\right)w_2 + \dot{w_2} + \frac{1}{\tau}kSgn(S)\right) \leq -\eta |S(t)| \Rightarrow$$

$$k \leq -\tau \left(-\frac{x_3}{x_1}w_1 + \left(\lambda - \frac{x_2}{x_1}\right)w_2 + \dot{w_2}\right) \frac{S(t)}{|S(t)|} - \tau\eta$$
(Y1)

اگر k برابر با کمترین مقدار سمت راست رابطهی (۲۱) انتخاب شود، همواره شرط لغزش (۱۶) برقرار خواهد شد. بنابراین داریم:

$$k = -\tau \left( \left| \frac{x_3}{x_1} \right| \alpha_1 + \left( \lambda + \left| \frac{x_2}{x_1} \right| \right) \alpha_2 \right) - \tau \eta$$
(YY)

که در آن <sub>A</sub>1 بیشینه مقدار نامعینی <sub>W1</sub>، 2<sub>2</sub> بیشینه مقدار نامعینی <sub>W2</sub>بوده و با توجه به هندسهی در گیری بین رهگیر و هدف شتاب هدف در راستای عمود بر خط دید <sub>W2</sub> ثابت فرض شده است. در نهایت قانون کنترل مد لغزشی به صورت زیر خواهد بود:

$$u = \tau \left( -\frac{x_3^3}{x_1^2} + 2\frac{x_2^2 x_3}{x_1^2} + \frac{x_2 x_4}{x_1} + \frac{1}{\tau} x_4 - \lambda \frac{x_2 x_3}{x_1} \right) + \left( \tau \left( \left| \frac{x_3}{x_1} \right| \alpha_1 + \left( \lambda + \left| \frac{x_2}{x_1} \right| \right) \alpha_2 \right) + \tau \eta \right) Sgn\left( \dot{y} + \lambda y \right)$$
(YY)

همچنین قانون هدایت متناظر به صورت زیر حاصل می گردد.

$$A_{c} = \tau \left( -r\dot{\sigma}^{3} + 2\frac{\dot{r}^{2}\dot{\sigma}}{r} + \frac{\dot{r}}{r}A_{m} + \frac{1}{\tau}A_{m} - \lambda\dot{r}\dot{\sigma} \right) + \left( \tau \left( \left| \dot{\sigma} \right| \alpha_{1} + \left( \lambda + \left| \frac{\dot{r}}{r} \right| \right) \alpha_{2} \right) + \tau \eta \right) Sgn\left( r\ddot{\sigma} + \dot{r}\dot{\sigma} + \lambda\dot{\sigma} \right)$$
(YF)

با اعمال این قانون هدایت، سرعت نسبی جانبی کنترل شده و برخورد با هدف تضمین می گردد. در این قانون هدایت تابع (.) Sgn یک تابع غیرخطی ناپیوسته بوده و باعث رخ دادن نوسان در سیگنال کنترلی خواهد شد. برای جلو گیری از رخ دادن این نوسان با استفاده از یک تقریب پیوسته، تابع (.) Tanh جایگزین تابع (.) Sgn می شود.

### ٤- نتایج شبیهسازی

در این بخش شبیهسازی عددی ارائه شده و قوانین هدایت مورد مقایسه قرار میگیرند. برای این منظور ابتدا در سه سناریوی متفاوت، قانون هدایت پیشنهادی با ناوبری تناسبی و قانون هدایت مد لغزشی طراحی شده در مرجع [۸] که بدون در نظر گرفتن دینامیک حلقه کنترل طراحی گردیده است، مقایسه میگردد. سپس حساسیت روش پیشنهادی به تغییرات ثابت زمانی دینامیک حلقه کنترل بررسی میگردد. دستور شتاب جانبی در قانون هدایت پیشنهادی به صورت رابطه (۲۴) بوده که در آن 1 = *λ*، ۵ ما = *η*، *ο* = *α* در نظر گرفته میشود. دستور شتاب صادر شده توسط قانون هدایت ناوبری تناسبی از رابطه زیر حاصل میشود [۱، ۲]:

$$A_c = -N\dot{R}\dot{\sigma} \tag{Y\Delta}$$

N ثابت ناوبری بوده و در تمامی شبیهسازیها ۵ فرض میشود. همچنین قانون هدایت طراحی شده در مرجع [۸] به صورت زیر است:

$$A_c = -\dot{R}\dot{\sigma} + (\alpha + \eta)Sgn(R\dot{\sigma}) \tag{19}$$

که در آن α بیشینه اندازه شتاب هدف در راستای عمود بر خط دید بوده و مقدار آن در شبیهسازیهای این مقاله برابر با ۳۰ است. در این روش همچنین 10=ηمیباشد. شرایط اولیه در سه سناریوی شبیه سازی به صورت جدول (۱)در نظر گرفته شده است.

سرعت نسبی جانبی (m/s)	سرعت نزدیک شوندگی (m/s)	برد نسبی (m)	مقدار τ	سناريوي درگيري
			(S)	
۲۵۰	۲.,	۵۰۰۰	۰.۳	سناريوي اول
۲۵۰	۲.,	۵۰۰۰	١	سناريوي دوم
470	140	۵۰۰۰	۲	سناريوي سوم

جدول ۱- شرایط اولیه و مقادیر پارامترها در سه سناریوی شبیه سازی

همچنین فرض میشود هدف با مانور متغیر در حال فرار بوده که در هر سه سناریو بیشینه اندازه آن برابر با ۳۰ متر بر مجذور ثانیه میباشد.

### ا-۱-٤ سناريوی اول: ديناميک مرتبه اول حلقه کنترل با $\tau=0.3$ ثانيه $\tau=0.3$

در این سناریو حلقه کنترل دارای دینامیک نسبتاً سریع با ثابت زمانی 3.0= تانیه است. هدف نیز با شتاب جانبی متغیر که در شکل (۳) رسم گردیده در حال پرواز می باشد. قانون هدایت پیشنهادی و قانون هدایت طراحی شده در مرجع [۸] از بیشینه اندازه مانور هدف یعنی 30 = 2 م برای تولید دستور شتاب استفاده می کنند. در این سناریونمودارهای دستور شتاب صادر شده توسط قوانین هدایت در شکل (۳– الف) و سرعت نسبی جانبی بین رهگیر و هدف (خروجی سیستم) در شکل (۳– ب) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود، در این سناریو، هر سه قانون هدایت دستور شتاب نرمالی تولید کرده که منجر به صفر شدن سرعت نسبی جانبی می شود. بنابراین برخورد تضمین خواهد شد. البته دقت ردیابی شتاب هدف یا نامعینی در روش پیشنهادی بیشتر از دو روش دیگر است. همچنین با توجه به نمودارها، سرعت نزدیک شوندگی رهگیر به هدف در شکل (۴– الف) و برد نسبی بین رهگیر و هدف در شکل (۴– ب) مشاهده می شود که تا مرحت نزدیک شوندگی رهگیر به هدف در شکل (۴– الف) و برد نسبی بین رهگیر و هدف در شکل (۴– ب) مشاهده می شود که تا مرحت نزدیک شوندگی رهگیر به هدف در شکل (۴– الف) و برد نسبی بین رهگیر و هدف در شکل (۴– ب) مشاهده می شود که تا می سرعت نزدیک شوندگی ره می به دو در شکل (۶ – الف) و برد نسبی بین رهگیر و هدف در شکل (۴ – ب) می می در در این سرعت نزدیک شوند گی دارای مقدار می می به در نوبی می از بین ره گیر و می در شکل (۶ – ب) می شود که تا سرعت نزدیک شوند گی دارای مقدار مناسبی بوده و برد نسبی توسط هر سه قانون هدایت صفر خواهد شد. بنابراین در این سناریو با وجود اتوپایلوت سریع در حلقه کنترل، هر سه قانون هدایت قادر به برخورد با هدف می باشند.

نمودارهای متغیر لغزش در شکل (۵– الف) و صفحه فاز خروجی در قانون هدایت پیشنهادی در شکل (۵– ب) رسم گردیده است. همانطور که در این شکل ها مشاهده می شود، قانون هدایت پیشنهادی با دقت بیشتری قادر به صفر کردن متغیر لغزش می باشد. این افزایش دقت به دلیل استفاده از ضریب بزرگتر در تقریب لایه مرزی می باشد که در جدول (۲) درج گردیده است. در روش مورد استفاده در مرجع [۸] به دلیل صرفنظر کردن از دینامیک حلقه کنترل در روند طراحی، نامعینی سیستم افزایش می باید. بنابراین حداکثر مقدار قابل استفاده برای ضریب βدر تقریب تابع علامت ۰۱ بوده و هر مقداری بزرگتر از آن منجر به چترینگ خواهد شد. اما در روش پیشنهادی به دلیل در نظر گرفتن دینامیک حلقه کنترل می توان این ضریب را تا ۱۰۰ برابر بزرگتر در نظر گرفت که منجر به افزایش دقت می گردد. با توجه به مقادیر درج شده در جدول (۲) می توان دریافت که روش پیشنهادی نیازمند بیشینه اندازه شتاب کمتری بوده و دارای دقت بیشتری نسبت به دو روش دیگر است، اما زمان برخورد در آن نسبت به به روش مورد استفاده در مرجع [۸] بیشتر می باشد.







شکل ۴⊣لف) سرعت نزدیک شوندگی رهگیر به هدف ب) برد نسبی بین رهگیر و هدف به ازای <sup>10.3 π</sup>



ل محمدی	ولى, على	احمدرضا	گل،	بهنام	حيد	و
---------	----------	---------	-----	-------	-----	---

جدول ۲ – مشخصات و مقادیر یارامتر ها در سناریوی اول

Ν	β	η	λ	فاصله از دست دهی (m)	زمان برخورد (s)	پيک دستور شتاب (g)	قانون هدايت
-	١٠	١٠	١	•	<b>TI</b> A	4.9	روش پیشنهادی
-	۰.۱	۱۰	١	•	۳.	۵	مد لغزشي
۴	-	-	-	•	۳۷.۲	۵	تناسبى

#### ۲-۲- سناریوی دوم: دینامیک مرتبه اول حلقه کنترل با ۲=۱ ثانیه

در این سناریو فرض می شود که حلقه کنترل با دینامیکی با  $1=\tau$  ثانیه دستورات هدایت را اجرا می کند. هدف نیز با شتابی متغیر همانند سناریوی اول در حال فرار است. در این سناریو نمودارهای دستور شتاب صادر شده توسط قوانین هدایت در شکل (۶– الف) و سرعت نسبی جانبی بین رهگیر و هدف (خروجی سیستم) در شکل (۶– ب) رسم گردیده است. همانطور که مشاهده می شود در حالتی ثابت زمانی دینامیک حلقه کنترل ۱ ثانیه است، قانون هدایت پیشنهادی دستور شتاب مناسب و دقیقی تولید کرده که شتاب هدف را دنبال نموده و منجر به صفر شدن متغیر خروجی (سرعت نسبی جانبی) می شود. در روش مرجع [۸] نیز دستور شتاب نسبتاً مناسب بوده و با دقت کمتری قادر به صفر کردن سرعت نسبی جانبی است. اما روش هدایت تناسبی در حضوردینامیک حلقه کنترل با  $1=\tau$  ثانیه، دستور شتاب جانبی مناسبی صادر نکرده و قادر به کنترل سرعت نسبی جانبی نیست. بنابراین در روش تناسبی برخورد تضمین نخواهد شد. این اتفاق در شکل-های (۷– الف) و (۷– ب) مشهود است. با توجه در این شکلها می توان دریافت که در روش تناسبی قبل از برخورد با هدف سرعت نزدیک شوندگی صفر شده و حلقه هدایت ناپایدار می گردد. حداقل فاصله رهگیر با هدف (فاصله از دست دهی) در این سناریو با استفاده از روش هدایت تناسبی برابر با ۲۰۰ متر خواهد بود.

در شکلهای (۸– الف) و (۸– ب) نیز دقت بیشتر روش پیشنهادی نسبت به روش ارائه شده در مرجع [۸] مشاهده میگردد. با توجه به مقادیر درج شده در جدول (۳) ضریب تقریب تابع علامت در روش پیشنهادی را میتوان تا ۴۰۰ برابر بزرگتر از قانون طراحی شده در مرجع [۸] انتخاب نمود.



شکل ۶-الف) دستور شتاب صادر شده توسط قانون هدایت ب) سرعت نسبی جانبی (خروجی) به ازای ۲=۱







Ν	β	η	λ	فاصله از دست دهی (m)	زمان اتمام شبیه سازی (S)	پيک دستور شتاب (g)	قانون هدايت
I	۲.	1.	١	٠	۳۲.۱	۵	روش پیشنهادی
-	۰.۰۵	١.	١	•	۳۲.۲	۵	مد لغزشي
۴	—	—	—	۲۳.	40.V	۵	تناسبي

جدول ۳– مشخصات و مقادیر پارامترها در سناریوی دوم

### ع-۳- سناریوی سوم: دینامیک مرتبه اول حلقه کنترل با $\tau=2$ ثانیه $-\pi$

در این سناریو فرض میشود که حلقه کنترل با دینامیکی کند با 2 = τ ثانیه دستورات هدایت را اجرا می کند. هدف نیز با شتابی متغیر که در شکل (۹) رسم گردیده است حرکت می کند. در این سناریو نیز بیشینه اندازه مانور هدف ۳۰ متر بر مجذور ثانیه می باشد. در این سناریو واضح است که قانون هدایت تناسبی قادر به بر خورد با هدف نبوده و تنها قوانین هدایت پیشنهادی و قانون هدایت طراحی شده در مرجع [۸] مقایسه می گردند. با توجه به شکلهای (۹– الف) و (۹– ب) در این سناریو نیز مشاهده می شود که روش پیشنهادی با دقت بسیار بالایی شتاب هدف را دنبال کرده و توانایی صفر کردن خروجی سیستم (سرعت نسبی جانبی) را دارد. اما قانون هدایت طراحی شده در مرجع قادر به کنترل سرعت نسبی جانبی نیست و همانطور که در شکل (۱۰) دیده می شود سرعت نزدیک شوندگی در این روش قبل از بر خورد با هدف صفر شده و بنابراین این قانون هدایت قادر به صفر کردن برد نسبی نخواهد بود. با استفاده از این روش حتی با بهره بزرگتر 30 – *μ* 

نسبت به روش پیشنهادی، حداقل فاصله تا هدف ۳۹۵ متر خواهد بود. ضریب تابع تقریب را نیز در روش پیشنهادی میتوان تا ۵۰۰ برابر بزرگتر از روش مرجع [۸] درنظر گرفت که با توجه به شکل (۱۱) منجر به افزایش دقت در روش پیشنهادی میگردد. این اطلاعات در جدول (۴) درج گردیده است.

β	η	λ	فاصله از دست دهی (m)	زمان اتمام شبیه سازی (s)	پيک دستور شتاب (g)	قانون هدايت
۱.	1.	1	•	144	٩٨	روش پیشنهادی
۰.۰۲	۳.	١	490	۱۰۸	٧٠	مد لغزشي

جدول ۴– مشخصات و مقادیر پارامترها در سناریوی سوم







 $\pi=2$  شکل ۱۰-الف) سرعت نزدیک شوندگی رهگیر به هدف ب) برد نسبی بین رهگیر و هدف به ازای

۱۳۳





### au -٤-٤ - حساسیت قانون هدایت پیشنهادی به تغییرات au

در این بخش حساسیت قانون هدایت پیشنهادی به تغییرات ثابت زمانی دینامیک حلقه کنترل مورد بررسی قرار می گیرد. برای این منظور قانون هدایت به ازای 1= تانیه طراحی شده و فرض می شود چنین حلقه کنترلی حالت نرمال باشد. عملکرد این قانون هدایت در حضور اتوپایلوت سریع با 0.3 = تانیه و اتوپایلوت کند با 2= تانیه بررسی می گردد. تمامی متغیرها و شرایط اولیه همانند سناریوی دوم انتخاب می گردند. در این حالت نمودارهای دستور شتاب صادر شده توسط قوانین هدایت در شکل (۱۲- الف) و شتاب اعمالی به رهگیر توسط اتوپایلوت در شکل (۱۲ – ب) رسم گردیده است. در این شکلها تاثیر دینامیک حلقه کنترل در اجرای دستور شتاب صادر شده توسط قانون هدایت مشاهده می شود. تاثیر دینامیک حلقه کنترل در صفر کردن سرعت نسبی جانبی بین رهگیر و هدف (خروجی سیستم) و متغیر لغزش در شکل (۱۳) نیز مشهود است. در شکل (۱۴) مشاهده می گردد که اتوپایلوت کند باعث کاهش سرعت نزدیک شوندگی و افزایش مدت زمان برخورد خواهد شد. بنابراین در نظر گرفتن دینامیک حلقه کنترل حین طراحی قانون هدایت منجر به افزایش کارایی افزایش مدت زمان برخورد خواهد شد. بنابراین در نظر گرفتن دینامیک حلقه کنترل حین طراحی قانون هدایت منجر به افزایش کارایی شده، اما عدم قطعیت در این دینامیک می تواند کارایی قانون هدایت را کاهش دهد. البته می توان برای افزایش کارایی قانون هدایت، عدم شده، اما عدم قطعیت در این دینامیک می تواند کارایی قانون هدایت را کاهش دهد. البته می توان برای افزایش کارایی قانون هدایت، عدم شعیت در دینامیک حلقه کنترل را نیز در حین طراحی قانون هدایت در اکاهش دهد. البته می توان برای افزایش کارایی قانون هدایت، عدم



شكل ١٢- الف) دستور شتاب صادر شده توسط قانون هدايت ب) شتاب اعمالي توسط حلقه كنترل



شکل ۱۴-الف) سرعت نزدیک شوندگی رهگیر به هدف ب) برد نسبی بین رهگیر و هدف

### ٥- نتيجه گيري

در این مقاله قانون هدایتی با در نظر گرفتن دینامیک تقریبی حلقه کنترل طراحی گردید. برای این منظور دینامیک تقریبی مرتبه اول حلقه کنترل به معادلات سینماتیکی حاکم بر هندسهی در گیری اضافه شد و سپس قانون هدایت غیرخطی و مقاومی با استفاده از روش کنترلی مد لغزشی طراحی گردید. نتایج شبیه سازی نشان می دهند که در نظر نگرفتن این دینامیک در حین طراحی قانون هدایت، در صورتیکه حلقه کنترل رهگیر سریع باشد مشکل خاصی ایجاد نخواهد کرد. اما در حالتیکه حلقه کنترل با دینامیک کند دستورات هدایت را اجرا قوانین هدایت قدیمی قادر به برخورد با هدف نخواهند بود و دینامیک کند حلقه کنترل می تواند منجر به کاهش دقت و حتی ناپایداری حلقه هدایت شود. روش پیشنهادی محاسبات پیچیده روش های طراحی یکپارچه را نداشته و می توان از آن در سامانه های موجود بدون تغییر در حلقه کنترل آنها استفاده نمود.

### مراجع

- [1] Siouris, G. M., Missile Guidance and Control Systems, Springer, 2005, pp. 194–228.
- [2] P. Zarchan, Tactical and Strategic Missile Guidance, AIAA Series, Sixth Edition, Vol. 239, 2012, pp. 13-38.

- [3] Lin. Y. P., Lin. CH. L., Li. Y. H., "Development of 3-D Modified Proportional Navigation Guidance Law against High-Speed Targets", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 49, No. 1, 2013, pp. 677 – 687.
- [4] Zhou, D., Sun, Sh., and Teo, K. L., "Guidance Laws with Finite Time Convergence," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 32, No. 6, November–December 2009, pp. 1838-1846.
- [5] Yanushevsky. R. and Boord. W., "Lyapunov approach to guidance laws design", Elsevier, Nonlinear Analysis 63, 2005, pp. 743 749.
- [6] Babaii. A. R. and Mortazavi. M., "New Lyapanov Stability Theory Based Guidance Law for Missile against Maneuvering Targets", Aerospace Mechanics Journal, Vol. 2, No. 1, pp. 69-76, 1385. (In Persian)
- [7] Behnamgol, V. and Ghahramani, N. A., "Design of a New Proportional Guidance Algorithm Using Sliding Mode Control,"Aerospace Mechanics Journal, Vol. 10, No. 1, 1393. (In Persian)
- [8] Moon, J., Kim, K., and Kim, Y., "Design of Missile Guidance Law via Variable Structure Control," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 24, No. 4, 2001, pp. 659 664.
- [9] Behnamgol, V., Mohammadzaman, I., Vali, A. R., Ghahramani, N. A., "Guidance Law Design Using Finite Time Second Order Sliding Mode Control," Journal Of Control, Vol. 5, No. 3, pp. 36-44, 1390. (In Persian)
- [10] Shtessel, Y. B., Shkolnikov, I. A., and Levant, A., "Smooth second-order sliding modes: Missile guidance application", Automatica, NO 43, 2007, pp. 1470 – 1476.
- [11] Harl, N., and Balakrishnan, S. N., "Impact Time and Angle Guidance with Sliding Mode Control," IEEE Transaction on Control Systems Technology, 2011.
- [12] Sachit Rao, and DebasishGhose, "Terminal Impact Angle Constrained Guidance Laws Using Variable Structure Systems Theory", IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, VOL. 21, NO. 6, NOVEMBER 2013, pp. 2350-2359.
- [13] Sh. R. Kumar, S. Rao, and D. Ghose, "Nonsingular Terminal Sliding Mode Guidance with Impact Angle Constraints", JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS, Vol. 37, No. 4, July–August 2014, pp. 1114-1130.
- [14] W. Wang, Sh. Xiong, X. Liu, S. Wang and L. Ma, "Adaptive nonsingular terminal sliding mode guidance law against maneuvering targets with impact angle constraint", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, June 2014.
- [15] Vaddi. S. S., Menon. P. K., Ohlmeyer. E. J., "Numerical State-Dependent Riccati Equation Approach for Missile Integrated Guidance Control", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 32, No. 2, March–April 2009.
- [16] A. Koren, M. Idan, "Integrated Sliding Mode Guidance and Control for Missile with on-off Actuators", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 31, No. 1, January-February 2007, pp. 204-213.
- [17] SHTESSEL, Y. B., SHKOLNIKOV, I. A., LEVANT, A., "Guidance and Control of Missile Interceptor using Second-Order Sliding Modes", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, VOL. 45, NO. 1, JANUARY 2009, pp. 110-124.
- [18] Shtessel, Y. B., Christian H. Tournes, "Integrated Higher-Order Sliding Mode Guidance and Autopilot for Dual-Control Missiles", JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS, Vol. 32, No. 1, January–February 2009, pp. 79-94.

DOR: 20.1001.1.23223146.1394.3.1.3.3

- [19] J. H. CHEN, Y. A. ZHANG, J. Y. YU, "LYAPUNOV STABILITY BASED GUIDANCE LAW CONSIDERING COMPENSATION TO DYNAMICS OF MISSILE", Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Guangzhou, 18-21 August 2005.
- [20] D. R. Taur, "A Sliding Mode Nonlinear Guidance with Navigation Loop Dynamics of Homing Missiles", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Toronto, Canada, 2 - 5 August 2010.
- [21] D. Chwa, J. Y. Choi, "Adaptive nonlinear guidance law considering control loop dynamics", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 39, No. 4, 2004, pp. 1134 – 1143.
- [22] D. Chwa, J. Y. Choi, S.G. Anavatti, , "Observer-based adaptive guidance law considering target uncertainties and control loop dynamics", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 14, No. 1, 2005, pp. 112 – 123.
- [23] N.A. Shneydor, Missile Guidance and Pursuit: Kinematics, Dynamics and Control, Horwood Publishing, 1998.
- [24] H. K. Khalil, Nonlinear Systems, Third Edition, Prentice-Hall, Upper Saddle River, 2002, pp. 552-578.
- [25] Slotine, J. J. E., and Li, W., Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 1991, pp. 276-309.
- [26] Fridman. L., Moreno. J. and Iriarte. R., Sliding Modes after the First Decade of the 21st Century, Springer, 2011.